



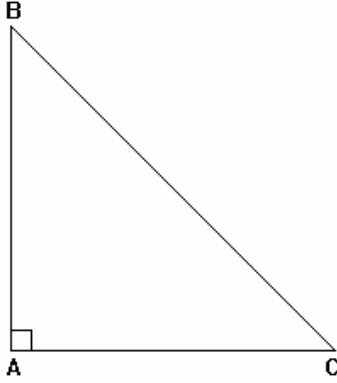
المثلث القائم الزاوية و الحساب المثلثي

الأستاذ : ناصر ب.
www.nacermaths.com

I _ النسب المثلثية لزاوية حادة :

(1) – تعاريف :

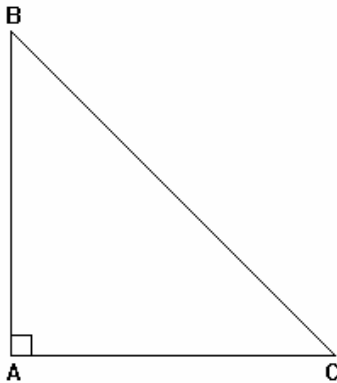
ABC مثلث قائم الزاوية في A



(أ) -- جيب تمام زاوية حادة :

النسبة $\frac{AB}{BC}$ تسمى جيب تمام الزاوية $\hat{A}BC$.
يرمز لها بالرمز $\cos \hat{A}BC$ ونقرأ $\cos \hat{A}BC$
ونكتب : $\cos \hat{A}BC = \frac{AB}{BC}$
أي $\cos \hat{A}BC = \frac{\text{طول الصنع المجاور للزاوية } \hat{A}BC}{\text{طول الوتر}}$

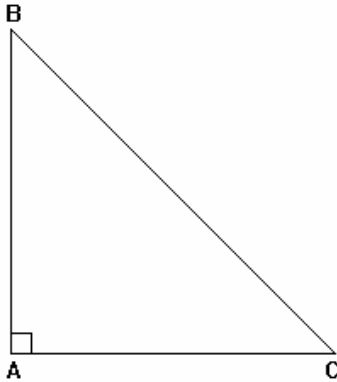
ABC مثلث قائم الزاوية في A



(ب) -- جيب زاوية حادة :

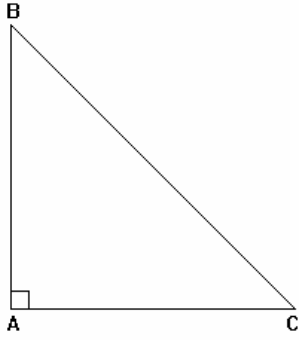
النسبة $\frac{AC}{BC}$ تسمى جيب الزاوية $\hat{A}BC$.
يرمز لها بالرمز $\sin \hat{A}BC$ ونقرأ $\sin \hat{A}BC$
ونكتب : $\sin \hat{A}BC = \frac{AC}{BC}$
أي $\sin \hat{A}BC = \frac{\text{طول الصنع المقابل للزاوية } \hat{A}BC}{\text{طول الوتر}}$

ABC مثلث قائم الزاوية في A



(ج) -- ظل زاوية حادة :

النسبة $\frac{AC}{AB}$ تسمى ظل الزاوية $\hat{A}BC$.
يرمز لها بالرمز $\tan \hat{A}BC$ ونقرأ $\tan \hat{A}BC$
ونكتب : $\tan \hat{A}BC = \frac{AC}{AB}$
أي $\tan \hat{A}BC = \frac{\text{طول الصنع المقابل للزاوية } \hat{A}BC}{\text{طول الصنع المجاور للزاوية } \hat{A}BC}$



ABC مثلث قائم الزاوية في A بحيث :
AC = 4 cm و AB = 3 cm و BC = 5 cm
لنحسب النسب المثلثية للزاوية $\hat{A}CB$.

(أ) --- حساب $\cos \hat{A}CB$:

لدينا :

$$\cos \hat{A}CB = \frac{AC}{BC}$$

إذن :

$$\cos \hat{A}CB = \frac{4}{5}$$

(ب) --- حساب $\sin \hat{A}CB$:

لدينا :

$$\sin \hat{A}CB = \frac{AB}{BC}$$

إذن :

$$\sin \hat{A}CB = \frac{3}{5}$$

(ج) --- حساب $\tan \hat{A}CB$:

لدينا :

$$\tan \hat{A}CB = \frac{AB}{AC}$$

إذن :

$$\tan \hat{A}CB = \frac{3}{4}$$

II_ خصائص :

(1) – الخاصية الأولى :

مهما كان α قياس زاوية حادة ($0^\circ < \alpha < 90^\circ$)
فإن : $0 < \sin \alpha < 1$ و $0 < \cos \alpha < 1$

(2) – الخاصية الثانية :

مهما كان α قياس زاوية حادة ($0^\circ < \alpha < 90^\circ$)
فإن : $\cos^2 \alpha + \sin^2 \alpha = 1$

مهما كان α قياس زاوية حادة ($0^\circ < \alpha < 90^\circ$)

$$\tan \alpha = \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha} \quad \text{فإن :}$$

(4) – الخاصية الرابعة : النسب المثلثية لزاويتين متتامتين .

$\alpha + \beta = 90^\circ$: α و β قياس زاويتين حادتين بحيث

$$\cos \alpha = \sin \beta$$

$$\sin \alpha = \cos \beta$$

$$\tan \alpha = \frac{1}{\tan \beta}$$

(5) – النسب المثلثية لزاويا خاصة :

α	0°	30°	45°	60°	90°
$\sin \alpha$	0	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	1
$\cos \alpha$	1	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{2}$	0
$\tan \alpha$	0	$\frac{\sqrt{3}}{3}$	1	$\sqrt{3}$	غير معرف

تطبيقات :

α قياس زاوية حادة غير منعدمة بحيث : $\cos \alpha = \frac{2}{3}$.

(أ) --- لنحسب $\sin \alpha$:

نعلم أن : $\cos^2 \alpha + \sin^2 \alpha = 1$.

إذن :

$$\sin^2 \alpha = 1 - \cos^2 \alpha$$

$$= 1 - \left(\frac{2}{3}\right)^2$$

$$= 1 - \frac{4}{9}$$

$$= \frac{9-4}{9}$$

$$= \frac{5}{9}$$

و بما أن $0 < \sin \alpha < 1$:

فإن :

$$\sin \alpha = \sqrt{\frac{5}{9}}$$

$$\boxed{\sin \alpha = \frac{\sqrt{5}}{3}}$$

(ب) --- لنحسب $\tan \alpha$:

نعلم أن : $\tan \alpha = \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha}$.

إذن :

$$\tan \alpha = \frac{\frac{\sqrt{5}}{3}}{\frac{2}{3}} = \frac{\sqrt{5}}{\cancel{3}} \times \frac{\cancel{3}}{2}$$

$$\boxed{\tan \alpha = \frac{\sqrt{5}}{2}}$$

(ج) --- لنحسب $\sin(90^\circ - \alpha)$:

لدينا :

$$\begin{aligned} \alpha + (90^\circ - \alpha) &= \alpha + 90^\circ - \alpha \\ &= 90^\circ + \alpha - \alpha \\ &= 90^\circ \end{aligned}$$

إذن : α و $(90^\circ - \alpha)$ قياسا زاويتين متتامتين .

و منه فإن : $\sin(90^\circ - \alpha) = \cos \alpha$

و بما أن : $\cos \alpha = \frac{2}{3}$ فإن : $\boxed{\sin(90^\circ - \alpha) = \frac{2}{3}}$