

الحساب المثلثي

التدبير الزمني

7س

الحساب المثلثي

المكتسبات القبلية

- علاقة فيثاغورس - جيب تمام زاوية حادة
- خاصية طاليس
- المعادلات - التناسبية - الترتيب والعمليات
- الزوايا - التوازي والتعامد

الامتدادات

- مسائل هندسية وعددية
- العلاقات المترية
- الحساب المثلثي في الثانوي التأهيلي
- الجداء السلمي

توجيهات تربوية

-- يعتبر جيب التمام من مكتسبات التلاميذ بالسنة الثانية من التعليم الثانوي الإعدادي وبالتالي فإنه ينبغي تقديم جيب زاوية حادة وظل زاوية حادة اعتمادا على مكتسبات التلاميذ ثم يتم إثبات العلاقتين :

$$\tan \alpha = \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha} \text{ و } \cos^2 \alpha + \sin^2 \alpha = 1$$

حيث α قياس زاوية حادة بالدرجة.

--ينبغي تطبيق علاقة فيثاغورس على المثلث القائم الزاوية و المثلث المتساوي الساقين و المثلث المتساوي الأضلاع في تحديد بعض الأطوال و النسب المثلثية لزاوية حادة.

الكفايات

-- معرفة واستعمال العلاقات بين جيب و جيب تمام و ظل زاوية و طولي ضلعين في مثلث قائم الزاوية.
-- استعمال الآلة الحاسبة لتحديد قيم مقربة للنسب المثلثية لزاوية حادة وعكسيا

الأهداف

معرفة واستعمال العلاقات بين جيب و جيب تمام و ظل زاوية و طولي ضلعين في مثلث قائم الزاوية.

الأنشطة

تمهيد :

ABC مثلث قائم الزاوية في A بحيث
BC = 5 cm و AB = 3 cm و AC = 4 cm

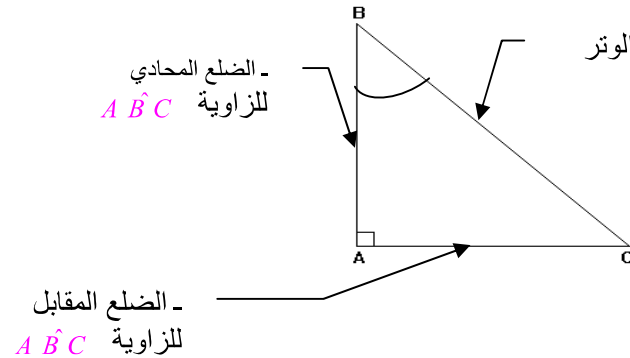
أحسب : $\cos \hat{A}CB$ و $\cos \hat{A}BC$

نشاط 1 ص 139 (المفيد في الرياضيات)

محتوى الدرس

I_ النسب المثلثية لزاوية حادة :

ABC مثلث قائم الزاوية في A



(أ) -- جيب تمام زاوية حادة :

النسبة $\frac{AB}{BC}$ تسمى جيب تمام الزاوية $\hat{A}BC$.

يرمز لها ب $\cos \hat{A}BC$ و نقرأ $\cos \hat{A}BC$ cosinus $\hat{A}BC$ ونكتب : $\cos \hat{A}BC = \frac{AB}{BC}$ أي:

$\cos \hat{A}BC = \frac{\text{الضلع المحادي للزاوية } \hat{A}BC}{\text{الوتر}}$

(ب) -- جيب زاوية حادة :

النسبة $\frac{AC}{BC}$ تسمى جيب الزاوية $\hat{A}BC$.

يرمز لها ب $\sin \hat{A}BC$ و نقرأ $\sin \hat{A}BC$ sinus $\hat{A}BC$ ونكتب : $\sin \hat{A}BC = \frac{AC}{BC}$ أي:

$\sin \hat{A}BC = \frac{\text{الضلع المقابل للزاوية } \hat{A}BC}{\text{الوتر}}$

تقويم وملاحظات

تمرين :

ABC مثلث قائم الزاوية في A بحيث
BC = 5 cm و AB = 3 cm و AC = 4 cm

أحسب النسب المثلثية للزاوية $\hat{A}CB$.

تمرين :

ABC مثلث قائم الزاوية في A حيث :

AC=4 و $\sin \hat{A}BC = 0,625$

أحسب AB و BC

تمرين :

ABC مثلث قائم الزاوية في A حيث :

AC=3 و $\tan \hat{A}BC = 0,75$

أحسب BA و CB

تمرين :

AEF مثلث قائم الزاوية في A

حيث : AF=4 و AE=5

1- أحسب EF

2 - أحسب :

أ- النسب المثلثية للزاوية $[\hat{A}FE]$

ب- النسب المثلثية للزاوية $[\hat{A}EF]$

3- لتكن H المسقط العمودي

للنقطة A على (EF).

أحسب HF و AH و EH.

تمرين 21 ص 145 (المفيد في الرياضيات)

تمرين 23 ص 146 (المفيد في الرياضيات)

الأهداف

– استعمال الآلة الحاسبة لتحديد قيم مقربة للنسب المثلثية لزاوية حادة وعكسيا

– التعرف على العلاقة بين جيب وجيب تمام زاوية حادة واستعمالها

الأنشطة

نشاط 2 ص 139 (المفيد في الرياضيات)

تمهيد :

ABC مثلث قائم الزاوية في A

1- بين أن: $0 < \sin \hat{A}BC < 1$

و أن: $0 < \cos \hat{A}BC < 1$

2- بين أن:

$$(\sin \hat{A}BC)^2 + (\cos \hat{A}BC)^2 = 1$$

تمهيد :

α قياس زاوية حادة

1 - أكتب $\sin^2 \alpha$ بدلالة $\cos^2 \alpha$

2 - أكتب $\cos^2 \alpha$ بدلالة $\sin^2 \alpha$

محتوى الدرس

(ب) -- ظل زاوية حادة :

النسبة $\frac{AC}{AB}$ تسمى ظل الزاوية $\hat{A}BC$.

يرمز لها ب $\tan \hat{A}BC$ ونقرأ $\hat{A}BC$ tangente ونكتب : $\tan \hat{A}BC = \frac{AC}{AB}$ أي:

$$\tan \hat{A}BC = \frac{\text{الضلع المقابل للزاوية } \hat{A}BC}{\text{الضلع المجاور للزاوية } \hat{A}BC}$$

(ج) -- استعمال الآلة الحاسبة لتحديد قيم مقربة للنسب المثلثية لزاوية حادة وعكسيا

(تتم معالجة هذه الكفاية من خلال تمارين)

II _ خصائص النسب المثلثية لزاوية حادة :

خاصية 1 (العلاقة بين جيب وجيب تمام زاوية حادة)

مهما كان α قياس زاوية حادة

$$(0^\circ < \alpha < 90^\circ)$$

فإن : $0 < \sin \alpha < 1$ و $0 < \cos \alpha < 1$

$$\cos^2 \alpha + \sin^2 \alpha = 1$$

ملاحظة:

$$\sin^2 \alpha = 1 - \cos^2 \alpha \text{ و } \cos^2 \alpha = 1 - \sin^2 \alpha$$

تقويم وملاحظات

تمرين 26 ص 146 (المفيد في الرياضيات)

تمرين :

1- احسب $\sin \alpha$ و $\tan \alpha$ علماً أن:

$$\cos \alpha = 0,2 \text{ (قياس زاوية حادة)}$$

2- احسب $\cos \alpha$ و $\sin \alpha$ علماً أن:

$$\tan \alpha = \sqrt{15} \text{ (قياس زاوية حادة)}$$

تمرين 6 و 7 ص 144 (المفيد في الرياضيات)

تمرين 29 ص 146 (المفيد في الرياضيات)

تمرين 30 ص 146 (المفيد في الرياضيات)

تمرين :

بسط مايلي: حيث α قياس زاوية حادة

$$a = (\sin \alpha + \cos \alpha)^2 + (\sin \alpha - \cos \alpha)^2$$

$$b = \cos^2 \alpha + 2 \sin^2 \alpha - 1$$

$$c = \cos^4 \alpha + 2 \cos^2 \alpha \sin^2 \alpha + \sin^4 \alpha$$

$$d = \frac{1}{1 + \sin \alpha} + \frac{1}{1 - \sin \alpha} - \frac{2}{\cos^2 \alpha}$$

$$e = \sqrt{\cos \alpha + 1} \times \sqrt{1 - \cos \alpha} \times \frac{1}{\sin \alpha}$$

$$f = \frac{\cos^4 \alpha - \sin^4 \alpha}{\cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha}$$

$$g = \left(\frac{\cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha}{\cos \alpha + \sin \alpha} \right) \sqrt{1 + 2 \cos \alpha \cdot \sin \alpha} \times 2(1 - \cos^2 \alpha)$$

الأهداف

- التعرف على
العلاقة بين جيب
وجيب تمام وظل
زاوية حادة
واستعمالها

- التعرف على
العلاقة بين النسب
المثلثية لزاويتين
متتامتين واستعمالها

الأنشطة

تمهيد :

ABC مثلث قائم الزاوية في A
-1 بين أن:

$$\tan A\hat{B}C = \frac{\sin A\hat{B}C}{\cos A\hat{B}C}$$

تمهيد :

α قياس زاوية حادة

1 - أكتب $\sin \alpha$ بدلالة $\cos \alpha$ و $\tan \alpha$

2 - أكتب $\cos \alpha$ بدلالة $\sin \alpha$ و $\tan \alpha$

تمهيد :

ABC مثلث قائم الزاوية في A

- أكتب $A\hat{C}B + A\hat{B}C$

- حدد النسب المثلثية للزاوية $A\hat{B}C$

- حدد النسب المثلثية للزاوية $A\hat{C}B$

- ماذا تلاحظ؟

تمهيد :

α قياس زاوية حادة

أتمم مايلي :

$$\sin(90 - \alpha) = \dots\dots\dots$$

$$\cos(90 - \alpha) = \dots\dots\dots$$

$$\tan(90 - \alpha) = \dots\dots\dots$$

محتوى الدرس

خاصية 2 (العلاقة بين جيب وجيب تمام وظل زاوية حادة)

مهما كان α قياس زاوية حادة
($0^\circ < \alpha < 90^\circ$)

$$\tan \alpha = \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha} \quad \text{فإن :}$$

ملاحظة:

$$\sin \alpha = \cos \alpha \times \tan \alpha \quad \text{و} \quad \cos \alpha = \frac{\sin \alpha}{\tan \alpha}$$

خاصية 1 (النسب المثلثية لزاويتين متتامتين)

إذا كان α و β قياسي زاويتين ومتتامتين أي
($\alpha + \beta = 90^\circ$) فإن :

$$\sin \alpha = \cos \beta \quad \text{و} \quad \cos \alpha = \sin \beta$$

$$\tan \alpha = \frac{1}{\tan \beta}$$

ملاحظة:

$$\sin(90 - \alpha) = \cos \alpha \quad \text{و} \quad \cos(90 - \alpha) = \sin \alpha$$

$$\tan(90 - \alpha) = \frac{1}{\tan \alpha}$$

تقويم وملاحظات

تمرين :

1- α قياس زاوية حادة .

$$\cos^2 \alpha = \frac{1}{1 + \tan^2 \alpha} \quad \text{بين أن :}$$

$$\sin^2 \alpha = \frac{\tan^2 \alpha}{1 + \tan^2 \alpha} \quad \text{و أن :}$$

2- احسب : $\sin \alpha$ و $\cos \alpha$ علما أن:

$$\tan \alpha = 4\sqrt{3}$$

تمرين :

1- باستعمال الآلة الحاسبة حدد $\sin 30^\circ$

1- استنتج : $\cos 30^\circ$ و $\tan 30^\circ$

2- استنتج النسب المثلثية للقياس 60°

تمرين :

بسط مايلي:

$$e = \cos 25^\circ + \cos 70^\circ - \sin 65^\circ + \sin 20^\circ$$

$$f = \sin 80^\circ + 7 \sin^2 50^\circ - \cos 10^\circ + 7 \sin^2 40^\circ$$

تمرين 16 ص 145 (المفيد في الرياضيات)

تمرين 17 ص 145 (المفيد في الرياضيات)

تمرين 28 ص 146 (المفيد في الرياضيات)