الأستاذ : ناصر ب.
nacermaths.com

6 الحساب المثلثي و المثلث القائم الزاوية

الأستاذ : ناصر ب.
nacermaths.com

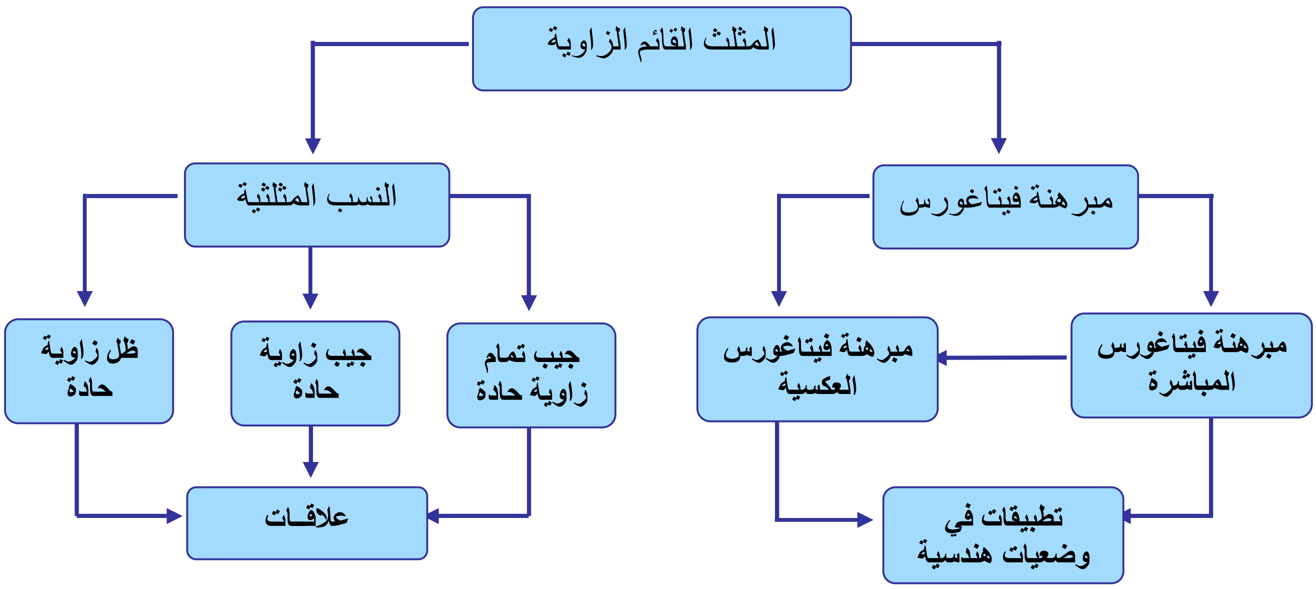
1. التعلمات الأساسية :

- تعرف مبرهنة فيتاغورس المباشرة و العكسية.
- استعمال المبرهنتين في وضعيات هندسية.
- تعرف و استعمال العلاقات بين جيب و جيب تمام و ظل زاوية حادة و طولي ضلعين في مثلث قائم الزاوية.
- استعمال العلاقتين : $\cos^2(\vartheta)+\sin^2(\vartheta)=1$

و : $\tan\vartheta=\dfrac{\sin\vartheta}{\cos\vartheta}$

- استعمال العلاقات بين النسب المثلثية لزاويتين متتامتين.
- استعمال المحسبة لتحديد قيم مقربة لقياس زاوية حادة أو لنسبها المثلثية.

2. بنية الدرس :



الأستاذ : ناصر ب.
nacermaths.com

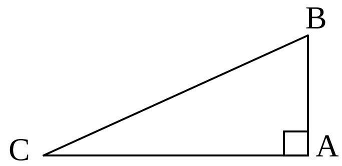
الأستاذ : ناصر ب.
nacermaths.com

خاصية 1

في مثلث قائم الزاوية، مربع طول الوتر يساوي مجموع مربعي طولي ضلعي الزاوية القائمة.

بتعبير آخر:

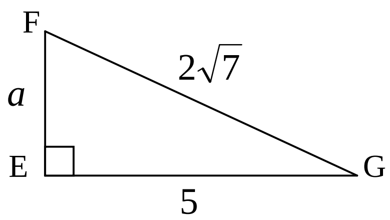
إذا كان ABC قائم الزاوية



فإن : $AB^2 + AC^2 = BC^2$

مثال :

في المثلث EFG القائم الزاوية في E



لدينا : $a^2 + 5^2 = (2\sqrt{7})^2$

إذن : $a^2 = (2\sqrt{7})^2 - 5^2$

$= 28 - 25$

$= 3$

و بالتالي : $a = \sqrt{3}$

خاصية 2

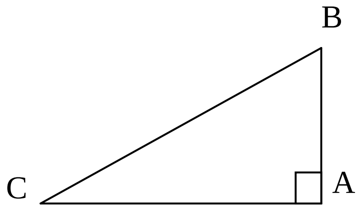
إذا كان مجموع مربعي طولي ضلعين في مثلث يساوي مربع طول الضلع الثالث، فإن المثلث قائم الزاوية و وتره هو الضلع الثالث.

بتعبير آخر:

إذا كان ABC مثلثا

حيث : $AB^2 + AC^2 = BC^2$

فإن ABC مثلث قائم الزاوية في A



مثال :

EFG مثلث،

حيث $EF = 2\sqrt{5}$ و $EG = 4$ و $FG = 6$

لدينا : $EF^2 + EG^2 = \left(2\sqrt{5}\right)^2 + 4^2$

$= 20 + 16$

$= 36$

و : $FG^2 = 6^2 = 36$

إذن : $EF^2 + EG^2 = FG^2$

و بالتالي : المثلث EFG قائم الزاوية في E.

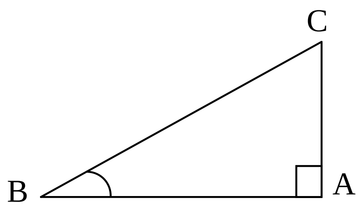
ملاحظة :

إذا كان مربع طول أكبر ضلع في مثلث يخالف مجموع مربعي طولي الضلعين الآخرين فإن المثلث غير قائم الزاوية.

المقطع الثاني : النسب المثلثية في مثلث قائم الزاوية

تعريف :

ABC مثلث قائم الزاوية في A



- النسبة $\dfrac{AB}{BC}$ تسمى جيب تمام الزاوية $A\hat{B}C$

نرمز لهذه النسبة بالرمز $\cos A\hat{B}C$

و نكتب : $\cos A\hat{B}C = \dfrac{AB}{BC}$

- النسبة $\frac{AC}{BC}$ تسمى جيب الزاوية $A\hat{B}C$

نرمز لهذه النسبة بالرمز $\sin A\hat{B}C$

و نكتب : $\sin A\hat{B}C = \frac{AC}{BC}$

- النسبة $\frac{AC}{AB}$ تسمى ظل الزاوية $A\hat{B}C$

نرمز لهذه النسبة بالرمز $\tan A\hat{B}C$

و نكتب : $\tan A\hat{B}C = \frac{AC}{AB}$

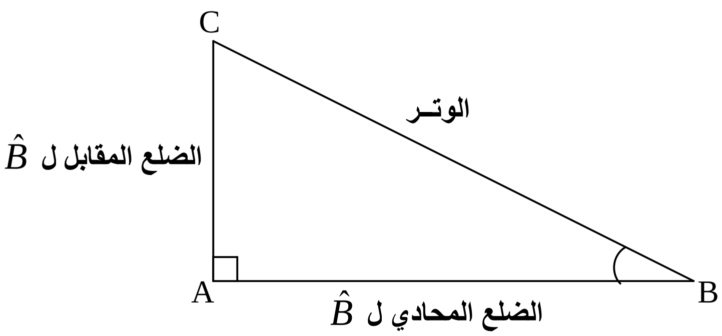
ملاحظة :

في المثلث القائم الزاوية في A.

$$\cos \hat{B} = \frac{\text{طول الضلع المحادي}}{\text{طول الوتر}}$$

$$\sin \hat{B} = \frac{\text{طول الضلع المقابل}}{\text{طول الوتر}}$$

$$\tan \hat{B} = \frac{\text{طول الضلع المقابل}}{\text{طول الضلع المحادي}}$$



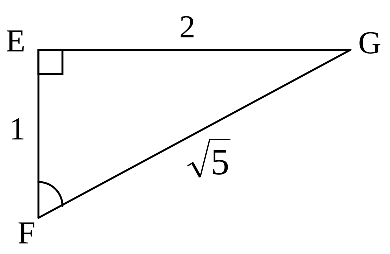
مثال :

في المثلث EFG القائم الزاوية في E

$$\cos \hat{F} = \frac{1}{\sqrt{5}} = \frac{\sqrt{5}}{5}$$

$$\sin \hat{F} = \frac{2}{\sqrt{5}} = \frac{2\sqrt{5}}{5}$$

$$\tan \hat{F} = \frac{2}{1} = 2$$



خاصية 1

ليكن ϑ قياس زاوية حادة

لدينا : $\cos^2(\vartheta) + \sin^2(\vartheta) = 1$

مثال :

أحسب $\sin 60°$ علما أن : $\cos 60° = \frac{1}{2}$

لدينا : $\cos^2 60° + \sin^2 60° = 1$

إذن : $\sin^2 60° = 1 - \cos^2 60°$

$$= 1 - \left(\frac{1}{2}\right)^2$$

$$= 1 - \frac{1}{4}$$

$$= \frac{3}{4}$$

إذن : $\sin 60° = \sqrt{\frac{3}{4}} = \frac{\sqrt{3}}{2}$

خاصية 2

ليكن ϑ قياس زاوية حادة

لدينا : $\tan\vartheta = \frac{\sin\vartheta}{\cos\vartheta}$

مثال :

أحسب $\tan 30°$

علما أن : $\cos 30° = \frac{\sqrt{3}}{2}$ و $\sin 30° = \frac{1}{2}$

لدينا: $\tan 30° = \frac{\sin 30°}{\cos 30°}$

$$= \frac{\frac{1}{2}}{\frac{\sqrt{3}}{2}}$$

$$= \frac{1}{2} \times \frac{2}{\sqrt{3}}$$

$$= \frac{1}{\sqrt{3}}$$

$$= \frac{\sqrt{3}}{3}$$

خاصية 3

ليكن ϑ و β قياسا زاويتين متتامتين

لدينا : $\cos\vartheta = \sin\beta$

و : $\sin\vartheta = \cos\beta$

و : $\tan\vartheta = \dfrac{1}{\tan\beta}$

مثال :

$$\cos 25° = \sin 65°$$

$$\sin 47° = \cos 43°$$

$$\tan 70° = \frac{1}{\tan 20°}$$