

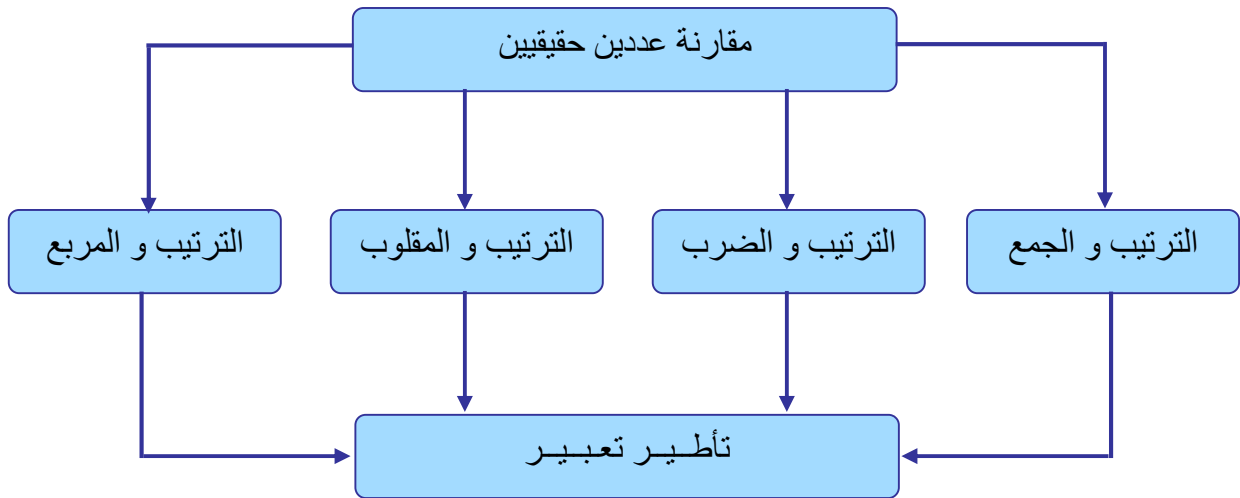
الترتيب و العمليات

4

1. التعلمت الأساسية :

- مقارنة عددين حقيقيين بتحديد إشارة فرقهما.
- مقارنة تعبيرين باستعمال خاصيات الترتيب و العمليات.
- تأطير تعبير و توظيفه في تحديد قيم مقربة.

2. بنية الدرس :



المقطع الأول : الترتيب

تعريف

الأستاذ : ناصر ب.
nacermaths.com

a و b عدنان حقيقيين .

إذا كان : $a - b \leq 0$ فإن : $a \leq b$

إذا كان : $a \leq b$ فإن : $a - b \leq 0$

مثال :

ليكن x و y عددين حقيقيين حيث $x + 5 = y + 1$
قارن x و y .

لدينا : $x + 5 = y + 1$

يعني : $x - y = 1 - 5$

يعني : $x - y = -4$

و منه : $x - y \leq 0$

أي : $x \leq y$

ملاحظة !

لمقارنة عددين حقيقيين يمكن تحديد إشارة فرقهما.

المقطع الثاني : الترتيب و العمليات .

خاصية 1

a و b و c أعداد حقيقية .

إذا كان : $a \leq b$ فإن : $a + c \leq b + c$

إذا كان : $a + c \leq b + c$ فإن : $a \leq b$

مثال :

إذا كان : $x \leq 7$ فإن : $x + 3 \leq 7 + 3$

أي : $x + 3 \leq 10$

إذا كان : $x + \sqrt{2} > -1$ فإن : $x + \sqrt{2} > -1 - \sqrt{2}$

أي : $x > -1 - \sqrt{2}$

الأستاذ : ناصر ب.
nacermaths.com

a و b و k أعداد حقيقية .

إذا كان : $a \leq b$ و $k \geq 0$ فإن : $ka \leq kb$

إذا كان : $a \leq b$ و $k \leq 0$ فإن : $ka \geq kb$

مثال :

إذا كان : $a \leq \sqrt{2}$ فإن : $2a \leq 2\sqrt{2}$

إذا كان : $-3x \leq 2$ فإن : $-\frac{1}{3} \times (-3x) \geq -\frac{1}{3} \times 2$

أي : $x \geq \frac{-2}{3}$

a و b عدنان حقيقيان موجبان قطعاً .

إذا كان : $a \leq b$ فإن : $\frac{1}{a} \geq \frac{1}{b}$

إذا كان : $\frac{1}{a} \geq \frac{1}{b}$ فإن : $a \leq b$

مثال :

لدينا : $3 \leq \sqrt{10}$

إذن : $\frac{1}{3} \geq \frac{1}{\sqrt{10}}$

إذن : $\frac{1}{3} \geq \frac{\sqrt{10}}{10}$

a و b عدنان حقيقيان موجبان .

إذا كان : $a \leq b$ فإن : $a^2 \leq b^2$

إذا كان : $a^2 \leq b^2$ فإن : $a \leq b$

مثال :

قارن $\sqrt{10}$ و 3,14 .

لدينا : $(\sqrt{10})^2 = 10$ و $(3,14)^2 = 9,8596$

بما أن : $(3,14)^2 \leq (\sqrt{10})^2$

فإن : $3,14 \leq \sqrt{10}$

المقطع الثالث : التأطير

تعريف

a و b و x أعداد حقيقية حيث $a < b$.
الكتابة $a \leq x \leq b$ تسمى تأطيراً للعدد x .

مثال :

الكتابة $1,4 \leq \sqrt{2} \leq 1,5$ تأطير للعدد $\sqrt{2}$.

خاصية 1

a و b و a' و b' و x و y أعداد حقيقية .
إذا كان : $a \leq x \leq b$ و $a' \leq y \leq b'$
فإن : $a + a' \leq x + y \leq b + b'$

مثال :

x و y عدنان حقيقيان حيث :

$$2 \leq x \leq 5 \quad \text{و} \quad -3 \leq y \leq 1$$

تأطير $x + y$:

لدينا : $2 \leq x \leq 5$

و : $-3 \leq y \leq 1$

إذن : $2 + (-3) \leq x + y \leq 5 + 1$

$$-1 \leq x + y \leq 6$$

تأطير $x - y$:

نعلم أن : $x - y = x + (-y)$

بما أن : $2 \leq x \leq 5$

و : $-1 \leq -y \leq 3$

فإن : $2 + (-1) \leq x + (-y) \leq 5 + 3$

أي : $1 \leq x - y \leq 8$

خاصية 2

a و b و a' و b' و x و y أعداد حقيقية موجبة

إذا كان : $a \leq x \leq b$ و $a' \leq y \leq b'$

فإن : $aa' \leq xy \leq bb'$

مثال :

x و y عدنان حقيقيان حيث :

$1 \leq y \leq 2$ و $\sqrt{3} \leq x \leq 3$

تأطير xy :

لدينا : $\sqrt{3} \leq x \leq 3$

و : $1 \leq y \leq 2$

إن : $\sqrt{3} \times 1 \leq xy \leq 3 \times 2$

$\sqrt{3} \leq xy \leq 6$

تأطير $\frac{x}{y}$:

نعلم أن : $\frac{x}{y} = x \times \frac{1}{y}$

بما أن : $\sqrt{3} \leq x \leq 3$

و : $\frac{1}{2} \leq \frac{1}{y} \leq 1$

فإن : $\sqrt{3} \times \frac{1}{2} \leq x \times \frac{1}{y} \leq 3 \times 1$

أي : $\frac{\sqrt{3}}{2} \leq \frac{x}{y} \leq 3$