

I _ تعامد مستقيم و مستوى في الفضاء :

(1) – تعريف :

(D) مستقيم و (P) مستوى في الفضاء.
يكون المستقيم (D) عموديا على المستوى (P) في نقطة A إذا كان
(D) عموديا على مستقيمين ضمن (P) ومتقاطعين في A.

*/ مثال :

مكعب ABCDEFGH .

لنبين أن المستقيم (AE) عمودي على المستوى (EFGH)

لدينا :

ADHF و ABFE مربعان .

إذن :

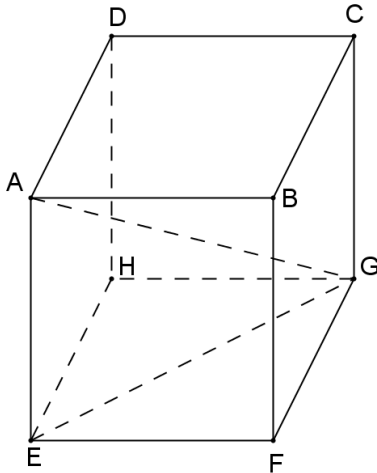
(AE) عمودي على (EF) في E

و (AE) عمودي على (EH) في E

و بما أن (EF) و (EH) ضمن المستوى (EFGH)

و يتقاطعان في النقطة E فإن :

المستقيم (AE) عمودي على المستوى (EFGH) في النقطة E



(2) – خاصية :

(D) مستقيم و (P) مستوى في الفضاء.
إذا كان (D) عموديا على (P) في النقطة M ، فإن (D)
عمودي على جميع المستقيمت ضمن (P) و المارة من M.

*/ مثال :

نعتبر المكعب ABCDEFGH أعلاه .

لنبين أن المثلث AEG قائم الزاوية في E .

نعلم أن المستقيم (AE) عمودي على المستوى (EFGH) في النقطة E .

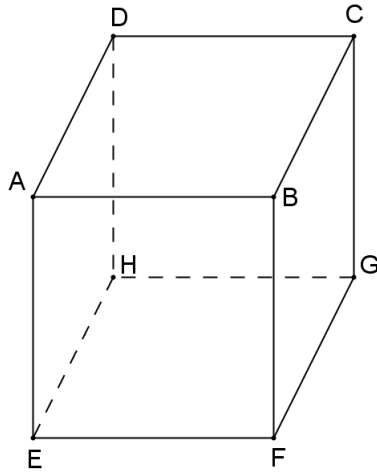
و بما أن المستقيم (EG) ضمن المستوى $(EFGH)$ و يقطع (AE) في E فإن :
المستقيم (AE) عمودي على المستقيم (EG) في E .
وبالتالي فإن المثلث AEG قائم الزاوية في E .

II _ توازي مستقيم و مستوى في الفضاء :

(1) - تعريف :

(D) مستقيم و (P) مستوى في الفضاء.
يكون المستقيم (D) موازيا للمستوى (P) إذا كان يوجد ضمن (P)
مستقيما موازيا للمستقيم (D) .

*/ مثال :



. مكعب $ABCDEFGH$

لنبين أن المستقيم (AB) يوازي المستوى $(EFGH)$

لدينا :

$ABFE$ مربع ، إذن فهو متوازي الأضلاع .

ومنه فإن : $(EF) \parallel (AB)$.

و بما أن : المستقيم (EF) ضمن المستوى $(EFGH)$

فإن : $(EFGH) \parallel (AB)$.

III _ تطبيق مبرهنة فيثاغورس في الفضاء :

(1) - الخاصية المباشرة :

*/ مثال :

$SABCD$ هرم قاعدته المربع $ABCD$ و ارتفاعه (SA) بحيث :

. $SA = 6 \text{ cm}$ و $AB = 4 \text{ cm}$

. SC : لنحسب

. AC حساب 1/

نعلم أن القاعدة $ABCD$ مربع .

إذن المثلث ABC قائم الزاوية في B .

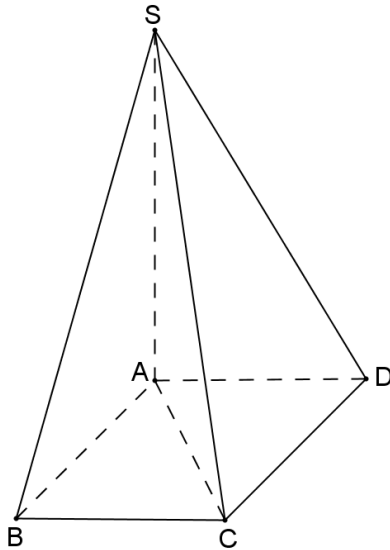
و حسب مبرهنة فيثاغورس المباشرة سيكون لدينا :

$$AC^2 = AB^2 + BC^2$$

$$AC^2 = 4^2 + 4^2$$

$$= 16 + 16$$

$$= 32$$



و بما أن : $AC > 0$ فإن : $AC = \sqrt{32}$

$$\text{أي : } AC = 4\sqrt{2} \text{ cm}$$

2/ لنحسب SC .

نعلم أن (SA) إرتفاع الهرم $SABCD$.

إذن المستقيم (SA) عمودي على المستوى $(ABCD)$ في النقطة A .

و بما أن المستقيم (AC) يوجد ضمن المستوى $(ABCD)$ و يقطع (SA) في A فإن : $(AC) \perp (SA)$

و منه فإن المثلث SAC قائم الزاوية في A .

إذن : حسب تطبيق مبرهنة فيثاغورس المباشرة فإن :

$$SC^2 = AS^2 + AC^2$$

$$SC^2 = 6^2 + (4\sqrt{2})^2 \quad \text{أي :}$$

$$= 36 + 32$$

$$= 68$$

و بما أن : $SC > 0$ فإن : $SC = \sqrt{68}$

$$\text{أي : } SC = 2\sqrt{17}$$

(2) – الخاصية العكسية :

*/ مثال :

$SABC$ رباعي أوجه قاعدته المثلث ABC بحيث :

$$. BC = 5 \text{ cm} \text{ و } AB = 4 \text{ cm} \text{ و } AC = 3 \text{ cm}$$

لنثبت أن المثلث ABC قائم الزاوية في A .

$$\text{لدينا : } BC^2 = 5^2 \quad \text{و} \quad AB^2 + AC^2 = 4^2 + 3^2$$

$$= 16 + 9$$

$$= 25$$

$$= 25$$

إذن : $BC^2 = AB^2 + AC^2$

و حسب تطبيق مبرهنة فيثاغورس العكسية فإن : المثلث ABC قائم الزاوية في A .

IV _ المساحات و الحجوم :

$$\begin{aligned} \text{مساحة القاعدة} &= S_B \quad /* \\ \text{محيط القاعدة} &= P_B \quad /* \\ \text{المساحة الكلية} &= S_T \quad /* \\ \text{المساحة الجانبية} &= S_L \quad /* \end{aligned}$$

الحجم	المساحة الكلية	المساحة الجانبية	المجسم
$V = S_B \times h$	$S_T = S_L + 2 \times S_B$	$S_L = P_B \times h$	موشور قائم إرتفاعه h
$V = S_B \times h$ أي $V = (R^2 \pi) \times h$	$S_T = S_L + 2 \times S_B$ أي $S_T = (2R \pi \times h) + 2(R^2 \pi)$	$S_L = P_B \times h$ أي $S_L = 2R \pi \times h$	أسطوانة قائمة شعاعها R و ارتفاعها h
$V = \frac{1}{3} S_B \times h$	$S_T = S_L + S_B$	مجموع مساحات الأوجه الجانبية	هرم إرتفاعه h

V _ التكبير و التصغير :

قاعدة :

عند تكبير أو تصغير مجسم بنسبة k فإن :

- الأطوال تضرب في العدد k .
- و المساحات تضرب في العدد k^2 .
- و الحجوم تضرب في العدد k^3 .

ملاحظة هامة :

إذا كانت k هي نسبة التكبير، فإن نسبة التصغير هي $\frac{1}{k}$