

1 - إحدائيتا نقطة :



O و I و J ثلاث نقط من المستوى بحيث : $(OI) \perp (OJ)$
نعتبر (D) و (D') مستقيمان متعامدان في O و مدرجان
بحيث : (D) وحدة تدرجه هي OI
و (D') وحدة تدرجه هي OJ .

نقول أن المستوى منسوب إلى معلم متعامد $(O;I;J)$.

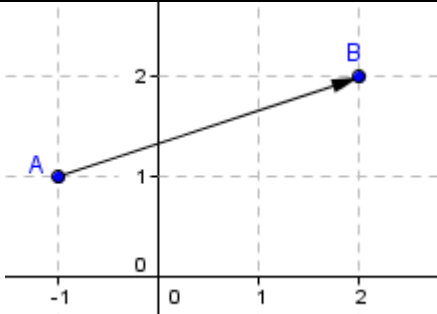
- النقطة O تسمى : أصل المعلم $(O;I;J)$.
- المستقيم (OI) يسمى : محور الأفاصيل .
- المستقيم (OJ) يسمى : محور الأراتيب .
إذا كان $OI = OJ = 1$ نسمي (O, I, J) : معلم متعامد منظم .

تعريف :

كل نقطة M في المستوى مرتبطة بالزوج (x, y)
يسمى زوج إحدائيتي النقطة M .
x يسمى أفصول النقطة M
y يسمى أرتوب النقطة M
ونكتب : $M(x, y)$

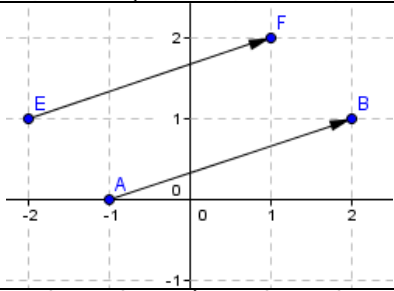
تمرين : 1 - مثل النقط التالية في معلم متعامد :
 $A(3, -1)$ و $B(-2, 0)$ و $C(0, 4)$ و $(-1, -3)$
2 - حدد إحدائيتي كل من النقط : O و I و J

2 - إحدائيتا متجهة :

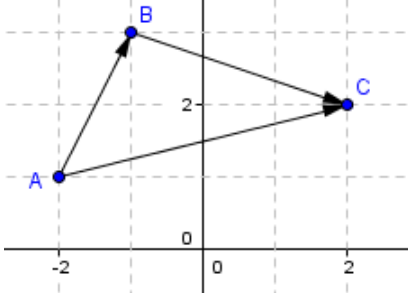


تعريف : (O, I, J) معلم متعامد
إذا كانت $A(a, b)$ و $B(c, d)$ نقطتان
فإن : إحدائيتي المتجهة \overrightarrow{AB} هما : $c - a$ و $d - b$
ونكتب : $\overrightarrow{AB}(c - a, d - b)$

لاحظ الشكل : لدينا $A(-1, 1)$ و $B(2, 2)$
إذن : $\overrightarrow{AB}(2 - (-1), 2 - 1)$
ومنه : $\overrightarrow{AB}(3, 1)$



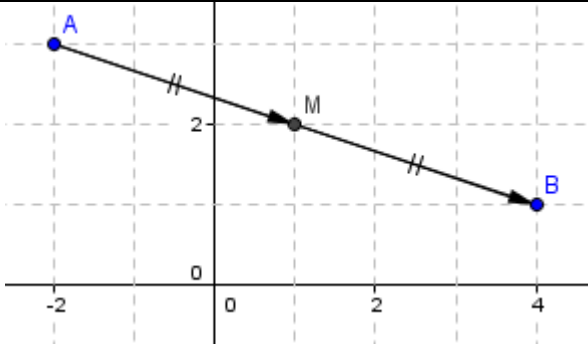
تمرين : من الشكل التالي
حدد إحدائيتي كل من المتجهتين \overrightarrow{EF} و \overrightarrow{AB}
ماذا تستنتج ؟
لدينا : $\overrightarrow{EF}(3, 1)$ و $\overrightarrow{AB}(3, 1)$
و $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{EF}$
نستنتج : متجهتان متساويتان لهما نفس الإحدائيات



تمرين : من الشكل التالي
حدد إحدائيتي \overrightarrow{AC} مجموع المتجهتين \overrightarrow{AB} و \overrightarrow{BC}
ماذا تلاحظ ؟
لدينا : $\overrightarrow{AB}(1, 2)$ و $\overrightarrow{BC}(3, -1)$ و $\overrightarrow{AC}(4, 1)$
نلاحظ : $\overrightarrow{AB}(1, 2) + \overrightarrow{BC}(3, -1) = \overrightarrow{AC}(4, 1)$
إحدائيتا مجموع متجهتين هما :
مجموع أفصوليهما ومجموع أرتوبيهما .

تمرين : نعتبر في معلم متعامد المتجهة $\overrightarrow{CD}(2, -3)$
حدد إحدائيتي المتجهة $\overrightarrow{CD} + \overrightarrow{CD} + \overrightarrow{CD}$
إحدائيتي المتجهة $3\overrightarrow{CD}$ ؟
لدينا : $3\overrightarrow{CD}(2, -3) = (3\overrightarrow{CD})(6, -9)$

3 - إحداثيات منتصف قطعة :



في معلم متعامد نعتبر النقطتين $A(-2, 3)$ و $B(4, 1)$ ونقطة M منتصف القطعة $[AB]$.

لدينا : $M(1, 2)$

$M(x, y)$ منتصف القطعة $[AB]$

إن : $\overrightarrow{AM}(x + 2, y - 3) = \overrightarrow{MB}(4 - x, 1 - y)$

ومنه : $x + 2 = 4 - x$ و $y - 3 = 1 - y$

$$x = \frac{4 + (-2)}{2} \quad \text{و} \quad y = \frac{1 + 3}{2}$$

إحداثيات منتصف قطعة هما : نصف مجموع أفضولي القطعة و نصف مجموع أرتوبي طرفيها .

طرفي

الحل :

E - 1 منتصف القطعة $[AC]$ إذن : $E\left(\frac{3 + (-2)}{2}, \frac{-2 + 1}{2}\right)$

ومنه : $E\left(\frac{1}{2}, \frac{-1}{2}\right)$

E - 2 منتصف القطعة $[BD]$ إذن : $E\left(\frac{x + 2}{2}, \frac{y + 2}{2}\right)$

ومنه : $\frac{x + 2}{2} = \frac{1}{2}$ و $\frac{y + 2}{2} = \frac{-1}{2}$

وبالتالي : $x = -1$ و $y = -3$

تمرين :

نعتبر في مستوى منسوب إلى معلم متعامد النقط التالية :

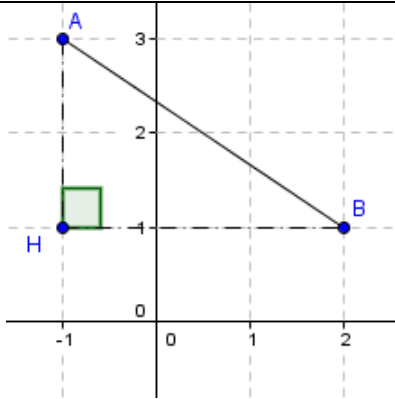
$A(-2, 1)$ و $B(2, 2)$ و $C(3, -2)$ و $D(x, y)$

1 - حدد إحداثيات E منتصف القطعة $[AC]$

2 - حدد x و y علما أن E منتصف القطعة $[BD]$

3 - استنتج ان الرباعي $ABCD$ متوازي الأضلاع .

4 - المسافة بين نقطتين :



$$AB = \sqrt{(2 - (-1))^2 + (1 - 3)^2}$$

نعتبر في مستوى منسوب إلى معلم متعامد ممنظم

النقطتين : $A(-1, 3)$ و $B(2, 1)$

كيف نحسب المسافة AB ؟

نعتبر المثلث HAB القائم الزاوية في H

إذن : حسب مبرهنة فيثاغورس المباشرة

لدينا : $AB^2 = HB^2 + HA^2$

نحسب HA و HB :

$HA = (3 - 1)OJ$ و $HB = (2 - (-1))OI$

لدينا : $OI = OJ = 1$

إذن : $HA = 2$ و $HB = 3$

ومنه : $AB^2 = 3^2 + 2^2$

أي : $AB = \sqrt{9 + 4} = \sqrt{13}$

تمرين : نعتبر في المستوى المنسوب إلى م.م.م النقط :

$A(1, 5)$ و $B(3, 9)$ و $C(11, 5)$ و $D(9, 1)$

1 - بين أن الرباعي $ABCD$ مستطيل .

الحل :

$ABCD$ متوازي الأضلاع :

$\overrightarrow{AB}(2, 4)$ و $\overrightarrow{DC}(2, 4)$ (متساويتان)

- له زاوية قائمة :

نحسب AB و BC و AC

$AB = \sqrt{4 + 16} = \sqrt{20}$

$BC = \sqrt{64 + 16} = \sqrt{80}$

$AC = \sqrt{100 + 0} = \sqrt{100}$

لدينا : $AC^2 = AB^2 + BC^2$

أي : ABC مثلث قائم الزاوية في B

و بالتالي $ABCD$ مستطيل .

تمرين : في معلم متعامد ممنظم

نعتبر النقط : $M(-3, 2)$ و $N(1, 1)$ و $P(9, -1)$

1 - حدد إحداثيات المتجهتين \overrightarrow{MN} و \overrightarrow{MP}

2 - استنتج أن النقط M و N و P مستقيمية .

الحل :

1 - لدينا : $\overrightarrow{MN}(4, -1)$

$\overrightarrow{MP}(12, -3)$

نلاحظ أن : $\overrightarrow{MP} = 3\overrightarrow{MN}$ ومنه النقط مستقيمية .

لدينا أيضا : $4(-3) = (-1)12$

يسمى شرط استقامة النقط M و N و P .

الأستاذ : ناصر ب.

nacermaths.com

الأستاذ ناصر ب

nacermaths.com