

I_إحداثيات نقطة :

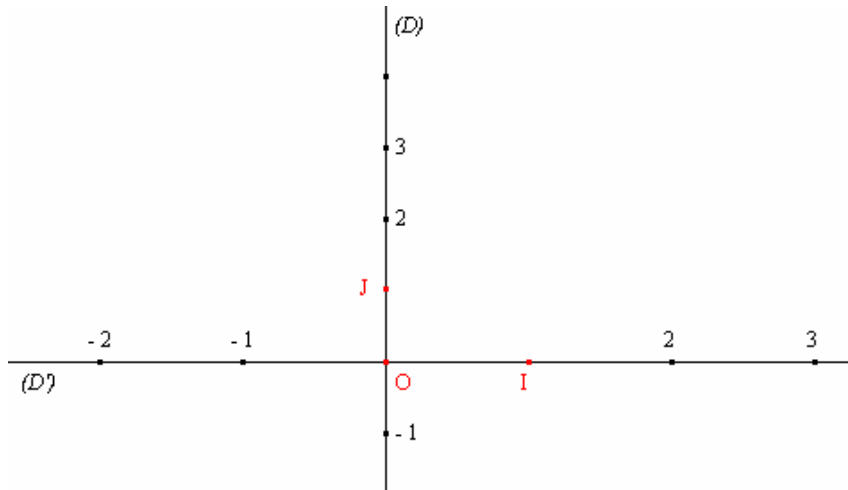
(1) – المعلم في المستوى:

* / مثال :

O و I و J ثلاث نقط من المستوى بحيث : $(OI) \perp (OJ)$

نعتبر (D) و (D') مستقيمان متعامدان في O و مدرجان بحيث :

(D) وحدة تدرجه هي OI و (D') وحدة تدرجه هي OJ .



نقول أن المستوى منسوب إلى معلم متعامد $(O;I;J)$.

++ النقطة O تسمى : أصل المعلم $(O;I;J)$.

++ المستقيم (OI) يسمى : محور الأفاصيل .

++ المستقيم (OJ) يسمى : محور الأراتيب .

إذا كان $OI = OJ = 1$ نسمي $(O;I;J)$: معلم متعامد منظم .

(2) – إحداثيات نقطة :

* / تعريف :

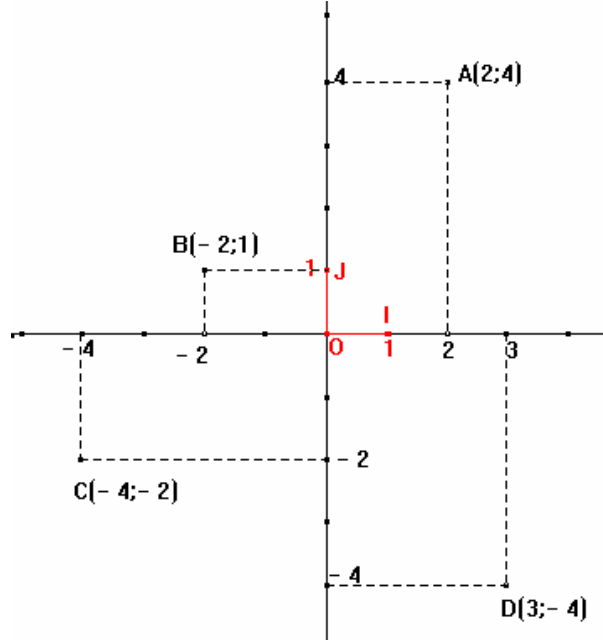
$(O;I;J)$ معلم متعامد للمستوى

كل نقطة M في المستوى مرتبطة بزوج $(x_M; y_M)$ يسمى زوج إحداثياتي النقطة M .

x_M يسمى : أفصول M و y_M يسمى أرتوب M / و نكتب : $M(x_M; y_M)$

* / مثال :

المستوى منسوب إلى معلم متعامد ممنظم $(O;I;J)$.
لنمثل النقط الآتية : $A(2;3)$ و $B(-2;1)$ و $C(-4;-2)$ و $D(3;-4)$



* / ملاحظات هامة :

- إذا كان $(O;I;J)$ معلما للمستوى فإن $O(0;0)$ و $I(1;0)$ و $J(0;1)$.
- إذا كانت M تنتمي إلى (OI) فإن $M(x_M;0)$.
- إذا كانت M تنتمي إلى (OJ) فإن $M(0;y_M)$.

(3) – إحداثيتا منتصف قطعة :
* / تعريف :

$(O;I;J)$ معلم متعامد للمستوى

إذا كانت M منتصف قطعة [AB] فإن $x_M = \frac{x_A + x_B}{2}$ و $y_M = \frac{y_A + y_B}{2}$

* / مثال :

المستوى منسوب إلى معلم متعامد ممنظم $(O;I;J)$.
لنحدد إحداثيتي النقطة E منتصف القطعة [AB] : $A(2;3)$ و $B(-2;1)$.

لدينا :

$$y_E = \frac{y_A + y_B}{2} = \frac{3+1}{2} = \frac{4}{2} = 2 \quad \text{و} \quad x_E = \frac{x_A + x_B}{2} = \frac{2+(-2)}{2} = \frac{0}{2} = 0$$

إذن : $E(0;2)$.

(O;I;J) معلم متعامد للمستوى

إذا كانت $A(x_A; y_A)$ و $B(x_B; y_B)$ نقطتين فإن :

إحداثيتي المتجهة \overline{AB} هما : $x_B - x_A$ و $y_B - y_A$

ونكتب : $\overline{AB}(x_B - x_A; y_B - y_A)$

* / مثال :

$A(-2;3)$ و $B(1;-5)$ نقطتان من المستوى المنسوب إلى معلم متعامد $(O;I;J)$.

لنحسب إحداثيتي المتجهة \overline{AB} .

$$\left. \begin{aligned} x_B - x_A &= 1 - (-2) = 1 + 2 = 3 \\ y_B - y_A &= -5 - 3 = -8 \end{aligned} \right\} \text{ لدينا : و}$$

إذن : $\overline{AB}(3; -8)$

(2) - تساوي متجهتين :

* / قاعدة :

(O;I;J) معلم متعامد للمستوى

\overline{AB} و \overline{CD} متجهتان غير منعدمتين

$$\left. \begin{aligned} x_B - x_A &= x_D - x_C \\ y_B - y_A &= y_D - y_C \end{aligned} \right\} \text{ يعني أن : } \overline{AB} = \overline{CD}$$

* / مثال :

$A(3;3)$ و $B(1;-4)$ و $C(-2;-2)$ نقط من المستوى المنسوب إلى معلم متعامد $(O;I;J)$.

لنحدد إحداثيتي النقطة D لكي يكون ABCD متوازي الأضلاع .

ABCD متوازي الأضلاع يعني أن : $\overline{AB} = \overline{DC}$

$$\left. \begin{aligned} x_B - x_A &= x_C - x_D \\ y_B - y_A &= y_C - y_D \end{aligned} \right\} \text{ أي : و}$$

$$\left. \begin{array}{l} x_D = -2 - 1 + 3 \\ y_D = -2 + 4 + 3 \end{array} \right\} \text{أي : و} \quad \left. \begin{array}{l} 1 - 3 = -2 - x_D \\ -4 - 3 = -2 - y_D \end{array} \right\} \text{و منه فإن : و}$$

$$\left. \begin{array}{l} x_D = 0 \\ y_D = 5 \end{array} \right\} \text{و}$$

و بالتالي فإن : $D(0;5)$.

III _ إحدائنا مجموع متجهتين :

* / قاعدة :

(O;I;J) معلم متعامد للمستوى
 $\overline{AB}(a;b)$ و $\overline{CD}(c;d)$ متجهتان غير منعدمتين
 إحدائنا المتجهة $\overline{AB} + \overline{CD}$ هما : $a+c$ و $b+d$
 ونكتب : $\overline{AB} + \overline{CD}(a+c; b+d)$

* / مثال :

(O;I;J) معلم متعامد للمستوى.

نعتبر المتجهتين : $\vec{u}(-2;3)$ و $\vec{v}(2;-4)$.

لنحدد زوج إحدائتي المتجهة $\vec{u} + \vec{v}$.

لدينا : $\vec{u} + \vec{v}(-2+2; 3-4)$

أي : $\vec{u} + \vec{v}(0; -1)$

IV _ إحدائنا متجهة في عدد حقيقي :

* / قاعدة :

(O;I;J) معلم متعامد للمستوى
 $\overline{AB}(a;b)$ و k عدد حقيقي غير منعدم
 إحدائنا المتجهة $k.\overline{AB}$ هما : $k.a$ و $k.b$
 ونكتب : $k.\overline{AB}(k.a; k.b)$

* / مثال :

في المستوى المنسوب إلى معلم متعامد (O;I;J) نعتبر المتجهة $\vec{u}(5;-3)$.

سيكون لدينا : $\frac{1}{2}\vec{u}\left(\frac{5}{2}; \frac{-3}{2}\right)$

في معلم متعامد ممنظم
إذا كانت $A(x_A; y_A)$ و $B(x_B; y_B)$ فإن :

$$AB = \sqrt{(x_B - x_A)^2 + (y_B - y_A)^2}$$

في المستوى المنسوب إلى معلم متعامد $(O; I; J)$ نعتبر النقطتين $A(-1; 3)$ و $B(3; 2)$.

سيكون لدينا :

$$\begin{aligned} AB &= \sqrt{(x_B - x_A)^2 + (y_B - y_A)^2} \\ &= \sqrt{(3 + 1)^2 + (2 - 3)^2} \\ &= \sqrt{4^2 + (-1)^2} \\ &= \sqrt{16 + 1} \\ &= \sqrt{17} \end{aligned}$$