

المتجهات و الإزاحة

www.nacermaths.com

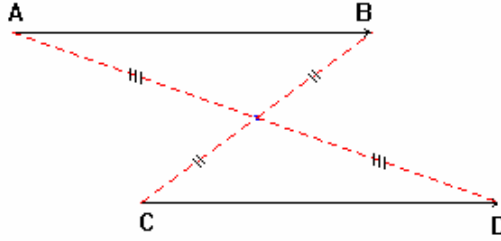
الأستاذ : ناصر ب.

I_ تساوي متجهتين :

(1) – تعريف ① :

إذا كان $\overline{AB} = \overline{CD}$ فإن $[AD]$ و $[BC]$ لهما نفس المنتصف
إذا كان $[AD]$ و $[BC]$ لهما نفس المنتصف فإن $\overline{AB} = \overline{CD}$

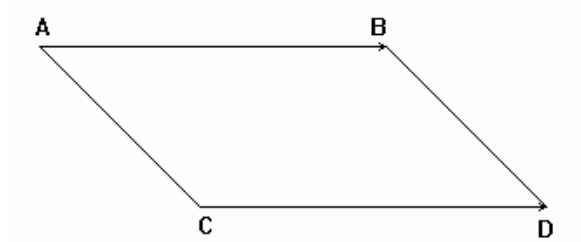
* / مثال :



(2) – تعريف ② :

إذا كان $\overline{AB} = \overline{CD}$ فإن الرباعي ABDC متوازي الأضلاع
إذا كان رباعي ABDC متوازي الأضلاع فإن $\overline{AB} = \overline{CD}$

* / مثال :



(3) – خاصية :

$\overline{AB} = \overline{CD}$ يعني أن :
-- \overline{AB} و \overline{CD} لهما نفس الإتجاه أي $(AB) \parallel (CD)$
-- \overline{AB} و \overline{CD} لهما نفس المنحى .
-- \overline{AB} و \overline{CD} لهما نفس المنظم (المعيار) أي $AB = CD$.

(4) – المتجهة المنعدمة :

متجهة منعدمة : $\overrightarrow{AA} = \overrightarrow{BB} = \overrightarrow{CC} = \overrightarrow{O}$
إذا كان $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{O}$ فإن $A = B$ (و B منطبقتان)

(5) – مقابل متجهة :

مقابل المتجهة \overrightarrow{AB} هي المتجهة \overrightarrow{BA} .
ونكتب : $\overrightarrow{BA} = -\overrightarrow{AB}$.

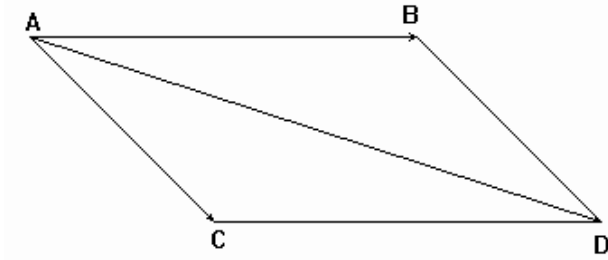
(6) – مجموع متجهتين :

مجموع المتجهتين \overrightarrow{AB} و \overrightarrow{AC} هو المتجهة \overrightarrow{AD}
بحيث الرباعي ABDC متوازي الأضلاع.

* / مثال 1 :

\overrightarrow{AB} و \overrightarrow{AC} متجهتان غير منعدمتين .

لننشئ النقطة D بحيث : $\overrightarrow{AD} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}$



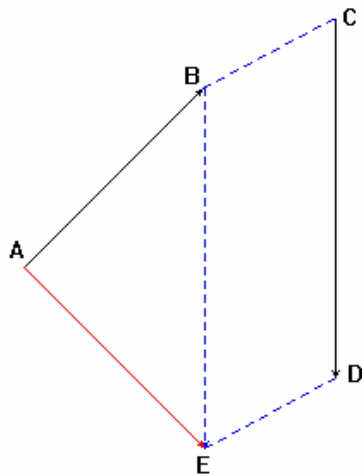
* / مثال 2 :

\overrightarrow{AB} و \overrightarrow{CD} متجهتان غير منعدمتين .

لننشئ E بحيث : $\overrightarrow{AE} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CD}$

من أجل هذا سننشئ E بحيث : $\overrightarrow{BE} = \overrightarrow{CD}$

أي BEDC متوازي الأضلاع .



$$\overrightarrow{AE} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CD}$$

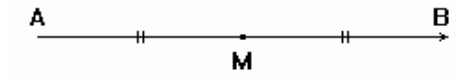
(7) – ضرب متجهة في عدد حقيقي :

\overrightarrow{AB} متجهة غير منعدمة و k عدد حقيقي .
نسمي المتجهة \overrightarrow{AM} جداء المتجهة \overrightarrow{AB} في العدد الحقيقي k ، إذا كانت
M نقطة من المستقيم (AB) بحيث : $\overrightarrow{AM} = k \overrightarrow{AB}$.
-- إذا كان $k > 0$ فإن : $AM = k \cdot AB$ و \overrightarrow{AM} و \overrightarrow{AB} لهما نفس المنحى .
-- إذا كان $k < 0$ فإن : $AM = -k \cdot AB$ و \overrightarrow{AM} و \overrightarrow{AB} لهما منحى معاكس .
-- إذا كان $k = 0$ فإن : $A = M$.

(8) – المتجهة و المنتصف :

A و B و M ثلاث نقط
M منتصف [AB] يعني أن : $\overrightarrow{MA} = -\overrightarrow{MB}$ و $\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} = \vec{O}$
M منتصف [AB] يعني أن : $\overrightarrow{AM} = \overrightarrow{MB} = \frac{1}{2} \overrightarrow{AB}$

* / مثال :

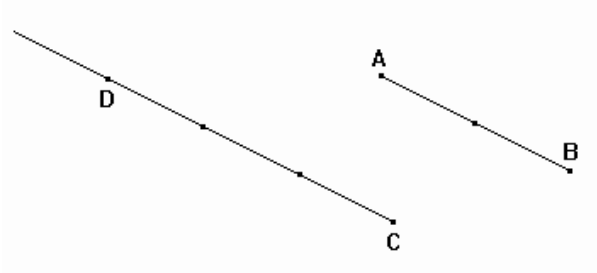


(9) – خاصيات :

K عدد حقيقي غير منعدم
* / إذا كان : $\overrightarrow{AC} = k \overrightarrow{AB}$ فإن النقط A و B و C مستقيمية .
* / إذا كان : $\overrightarrow{CD} = k \overrightarrow{AB}$ فإن $(AB) \parallel (CD)$
ونقول : \overrightarrow{CD} و \overrightarrow{AB} متجهتان مستقيمتان .

* / مثال :

A و B و C ثلاث نقط غير مستقيمية .



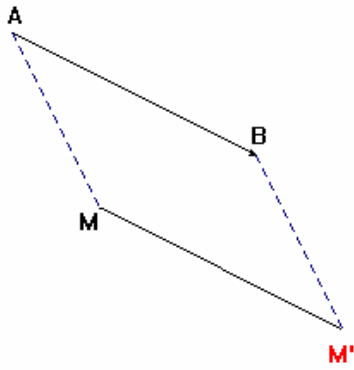
لننشئ D بحيث : $\overrightarrow{CD} = -\frac{3}{2} \overrightarrow{AB}$.

$\overrightarrow{CD} = -\frac{3}{2} \overrightarrow{AB}$ يعني أن $(AB) \parallel (CD)$

و \overrightarrow{AB} و \overrightarrow{CD} متجهتان مستقيمتان مناهما منعكسان .

II_ الإزاحة :

(1) - مثال :



\overline{AB} متجهة غير منعدمة و M نقطة .

لننشئ النقطة M' بحيث : $\overline{AB} = \overline{MM'}$.

يعني أن $\overline{AB} = \overline{MM'}$ متوازي الأضلاع .

(1) - تعريف :

\overline{AB} متجهة غير منعدمة و M نقطة .
M' صورة M بالإزاحة ذات المتجهة (أو بالإزاحة التي تحول A إلى B)
يعني أن : $\overline{AB} = \overline{MM'}$ أي $\overline{ABM'M}$ متوازي الأضلاع .

(2) - خاصية أساسية :

إذا كانت M' و N' صورتين M و N على التوالي بإزاحة
فإن : $\overline{MN} = \overline{M'N'}$.

(3) - صور بعض الأشكال :

(أ) -- صورة مستقيم :

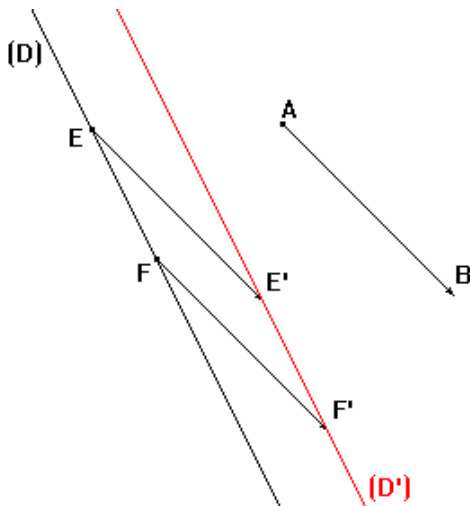
صورة مستقيم بإزاحة هو مستقيم يوازيه

* / ملاحظة هامة :

لإنشاء صورة مستقيم بإزاحة نحدد نقطتين مختلفتين على هذا المستقيم

ثم ننشئ صورتيهما بنفس الإزاحة .

* / مثال :



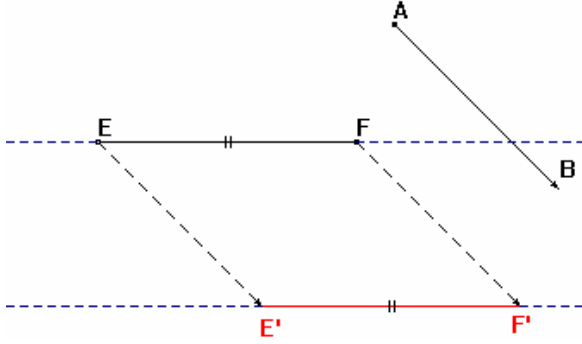
\overline{AB} متجهة غير منعدمة و (D) مستقيم

لننشئ (D') صورة (D) بالإزاحة ذات المتجهة \overline{AB} .

(ب) -- صورة قطعة :

صورة قطعة $[EF]$ بإزاحة هي القطعة $[E'F']$ بحيث :
 E' و F' هما صورتا E و F على التوالي بنفس الإزاحة
وسكون لدينا : $(EF) \parallel (E'F')$ و $EF = E'F'$

* / مثال :



\overline{AB} متجهة غير منعدمة و $[EF]$ قطعة .

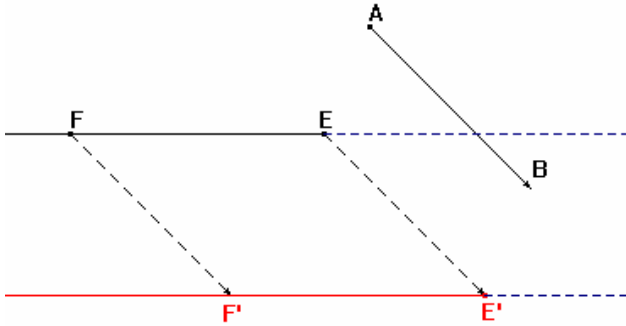
لننشئ القطعة $[E'F']$ صورة $[EF]$

بالإزاحة ذات المتجهة \overline{AB} .

(ج) -- صورة نصف مستقيم :

صورة نصف مستقيم (EF) بإزاحة هي نصف المستقيم $(E'F')$ بحيث :
 E' و F' هما صورتا E و F على التوالي بنفس الإزاحة
وسكون لدينا : $(EF) \parallel (E'F')$

* / مثال :



\overline{AB} متجهة غير منعدمة (EF) نصف مستقيم .

لننشئ نصف المستقيم $(E'F')$ صورة (EF)

بالإزاحة ذات المتجهة \overline{AB} .

(د) -- صورة زاوية :

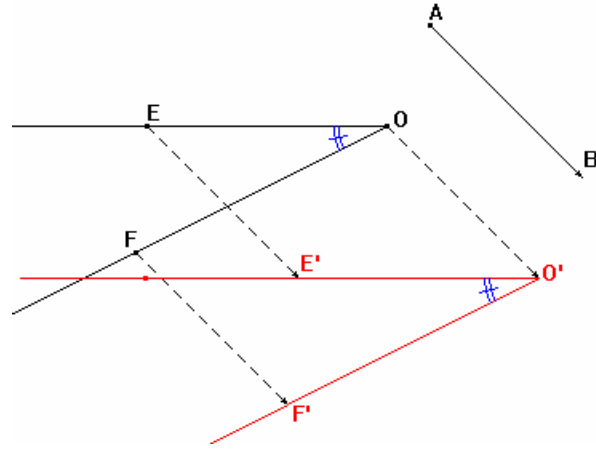
صورة زاوية $\hat{A}OB$ بإزاحة هي الزاوية $\hat{A}'O'B'$ بحيث :
 A' و O' و B' هي صور A و O و B على التوالي بنفس الإزاحة .
وسكون لدينا : $\hat{A}OB = \hat{A}'O'B'$

* / مثال :

\overline{AB} متجهة غير منعدمة و $\hat{A}OB$ زاوية .

لننشئ الزاوية $\hat{A}'O'B'$ صورة $\hat{A}OB$

بالإزاحة التي تحول A إلى B .

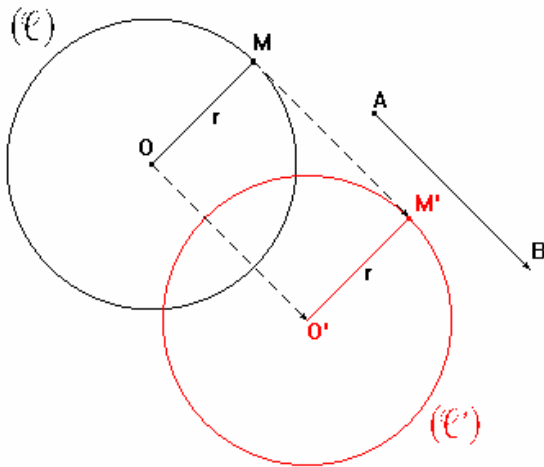


(ه) -- صورة دائرة :

صورة دائرة (\mathcal{C}) مركزها O و شعاعها r هي الدائرة (\mathcal{C}') مركزها O' صورة O بنفس الإزاحة ولها نفس الشعاع r .

* / مثال :

\overline{AB} متجهة غير منعدمة و (\mathcal{C}) دائرة مركزها O و شعاعها r .



لننشئ الدائرة (\mathcal{C}') صورة (\mathcal{C})

بالإزاحة التي تحول A إلى B .

لنبين أن للدائرتين نفس الشعاع r .

لدينا :

O' صورة O بالإزاحة ذات المتجهة \overline{AB} و M' صورة M بالإزاحة ذات المتجهة \overline{AB}

إذن : $OM = O'M'$

و بما أن $OM = r$ فإن $O'M' = r$ و منه نستنتج أن للدائرتين نفس الشعاع r .

* / ملاحظة هامة :

لإنشاء صورة دائرة بإزاحة ننشئ صورة المركز بنفس الإزاحة

ثم نحفظ بنفس الشعاع.