

المعادلات و المتراجحات

I _ المعادلات من الدرجة الأولى بمجهول واحد :

(1) – تعريف :

a و b و x أعداد حقيقية .
كل متساوية على شكل : $ax+b=0$
تسمى معادلة من الدرجة الأولى بمجهول واحد هو x .
العدد الحقيقي x الذي يحقق إحدى المعادلتين

(1) – مثال :

كل من الكتابات :

$$\sqrt{3}.x - \sqrt{2} = 5 \quad ; ; \quad 2x + 11 = 0$$

$$\frac{1}{2}x - 5 = -\frac{2}{3} \quad ; ; \quad -7 - 5x = 1$$

تسمى معادلة من الدرجة الأولى بمجهول واحد و هو x .(2) – حل المعادلة $ax+b=0$:

* / بصفة عامة :

- (أ) -- إذا كان : $a \neq 0$ و $b \neq 0$ فإن : للمعادلة $ax+b=0$ حلا وحيدا هو $\frac{-b}{a}$.
(ب) -- إذا كان : $a \neq 0$ و $b = 0$ فإن : للمعادلة $ax+b=0$ حلا وحيدا هو العدد 0 .
(ج) -- إذا كان : $a = 0$ و $b = 0$ فإن : للمعادلة $ax+b=0$ عدة حلول .
(د) -- إذا كان : $a = 0$ و $b \neq 0$ فإن : للمعادلة $ax+b=0$ ليس لها حلا .

* / تقنيات :

عند إزالة عدد من إحدى طرفي معادلة نضيف مقابله إلى الطرف

* / أمثلة :

(1) – حل المعادلة : $2x+3=0$

المعادلة $2x+3=0$ تكافئ على التوالي :

$$2x = -3$$

$$x = \frac{-3}{2}$$

إذن العدد $\frac{-3}{2}$ هو حل المعادلة $2x+3=0$.

$$(3) - \text{حل المعادلة : } x\sqrt{3} - 7 = 0$$

المعادلة $x\sqrt{3} - 7 = 0$ تكافئ على التوالي :

$$x\sqrt{3} = 7$$

$$x = \frac{7}{\sqrt{3}}$$

$$x = \frac{7\sqrt{3}}{3}$$

إذن العدد $\frac{7\sqrt{3}}{3}$ هو حل المعادلة $x\sqrt{3} - 7 = 0$

$$(5) - \text{حل المعادلة : } 2x + 2 = 3x + 2$$

المعادلة $2x + 2 = 3x + 2$ تكافئ على التوالي :

$$2x - 3x = 2 - 2$$

$$2x - 3x = 0$$

$$-x = 0$$

$$x = 0$$

إذن العدد 0 هو حل المعادلة $5x + 7 = -2 + 3x$

$$(2) - \text{حل المعادلة : } 4x - 5 = 4x - 5$$

المعادلة $4x - 5 = 4x - 5$ تكافئ على التوالي

$$4x - 4x = 5 - 5$$

$$0x = 0$$

إذن جميع الأعداد الحقيقية حل للمعادلة $4x - 5 = 11$

$$(4) - \text{حل المعادلة : } 5x + 7 = -2 + 5x$$

المعادلة $5x + 7 = -2 + 3x$ تكافئ على التوالي :

$$5x - 5x = -2 - 7$$

$$0x = -9$$

إذن المعادلة $5x + 7 = -2 + 3x$ ليس لها حل .

$$(3) - \text{حل المعادلة } (ax + b)(cx + d) = 0$$

* / بصفة عامة :

a و b عدنان حقيقيان معلومان .
حلول المعادلة $(ax + b)(cx + d) = 0$ هي حلول المعادلتين :
 $(ax + b) = 0$ و $(cx + d) = 0$

* / مثال :

$$\text{حل المعادلة : } (2x + 4)(-3x - 5) = 0$$

المعادلة $(2x + 4)(-3x - 5) = 0$ تكافئ على التوالي :

$$-3x - 5 = 0 \quad \text{أو} \quad 2x + 4 = 0$$

$$-3x = 5 \quad \quad \quad 2x = -4$$

$$x = \frac{5}{-3} \quad \quad \quad x = \frac{-4}{2}$$

$$x = -2$$

إذن للمعادلة حلين هما : -2 و $\frac{5}{3}$

(4) - حل المعادلة $x^2 = a$:

* / بصفة عامة :

* / إذا كان $a > 0$ فإن المعادلة $x^2 = a$ تقبل حلين هما \sqrt{a} و $-\sqrt{a}$.

* / إذا كان $a = 0$ فإن لمعادلة $x^2 = a$ تقبل حلا وحيدا هو العدد 0 .

* / إذا كان $a < 0$ فإن المعادلة $x^2 = a$ لا تقبل أي حل .

* / أمثلة :

(1) - حل المعادلة : $x^2 = 5$.

سيكون لدينا : $x = \sqrt{5}$ أو $x = -\sqrt{5}$

إذن المعادلة $x^2 = 5$ تقبل حلين هما $\sqrt{5}$ و $-\sqrt{5}$.

(2) - حل المعادلة : $2x^2 = -6$.

المعادلة $2x^2 = -6$ تكافئ على التوالي :

$$x^2 = -\frac{6}{2}$$

$$x^2 = -3$$

إذن المعادلة $2x^2 = -6$ ليس لها حل .

(3) - حل المعادلة : $2x^2 + 5 = x^2 + 5$.

المعادلة $2x^2 + 5 = x^2 + 5$ تكافئ على التوالي :

$$2x^2 - x^2 = 5 - 5$$

$$x^2 = 0$$

$$x = 0$$

إذن للمعادلة $2x^2 + 5 = x^2 + 5$ حلا وحيدا هو العدد 0 .

(5) - المعادلات و النشر :

(1) - حل المعادلة : $2(3x + 2) - 5(x - 1) = 0$.

المعادلة $2(3x + 2) - 5(x - 1) = 0$ تكافئ على التوالي :

$$6x + 4 - 5x + 5 = 0$$

$$6x - 5x = -4 - 5$$

$$x = -9$$

إذن العدد -9 هو حل المعادلة $2(3x + 2) - 5(x - 1) = 0$.

$$(2) - \text{حل المعادلة : } -3(2x+1) = x + 2(-x-2)$$

$$\text{المعادلة } -3(2x+1) = x + 2(-x-2) \text{ تكافئ على التوالي :}$$

$$-6x - 3 = x - 2x - 4$$

$$-6x - x + 2x = -4 + 3$$

$$-5x = -1$$

$$x = \frac{-1}{-5}$$

$$x = \frac{1}{5}$$

$$\text{إذن حلاً هذه المعادلة هو العدد } \frac{1}{5}$$

(6) - المعادلات و التعميل :

$$(1) - \text{حل المعادلة : } (x+2)(3x-1) + (x+2)(-4x+5) = 0$$

$$\text{المعادلة } (x+2)(3x-1) + (x+2)(-4x+5) = 0 \text{ تكافئ على التوالي :}$$

$$(x+2)[(3x-1) + (-4x+5)] = 0$$

$$(x+2)(3x-1-4x+5) = 0$$

$$(x+2)(-x+4) = 0$$

$$x+2 = 0 \text{ أو } -x+4 = 0$$

$$x = -2 \text{ أو } -x = -4$$

$$x = 4$$

$$\text{إذن المعادلة } (x+2)(3x-1) + (x+2)(-4x+5) = 0 \text{ تقبل حلين هما : } -2 \text{ و } -4$$

$$(2) - \text{حل المعادلة : } 25x^2 + 30x + 9 = 0$$

$$\text{المعادلة } 25x^2 + 30x + 9 = 0 \text{ تكافئ على التوالي :}$$

$$(5x)^2 + 30x + 3^2 = 0$$

$$(5x+3)^2 = 0$$

$$5x+3 = 0$$

$$5x = -3$$

$$x = \frac{-3}{5}$$

$$\text{إذن حل هذه المعادلة هو العدد } \frac{-3}{5}$$

(1) - قاعدة :

لحل مسألة نتبع الخطوات الآتية :

- (1) - اختيار المجهول .
- (2) - صياغة المعادلة .
- (3) - حل المعادلة .
- (4) - التحقق من الحل .
- (5) - الرجوع إلى المسألة .

(2) - مثال :

حصان يحمل على ظهره 5 أكياس و 20 kg من القمح و 3 أكياس و 10 kg من الذرة، و جمل يحمل 3 أكياس و 80 kg من القمح و كيسان (2) و 50 kg من الشعير . فأجهد ذلك على الجمل فقال له الحصان : كيف تشعر بالتعب و نحن نحمل نفس الوزن ؟ إذن ، إذا علمت أن الكيس الواحد من الشعير يزيد عن الكيس الواحد من القمح ب 10 kg، فما هو وزن الكيس الواحد من كل نوع ؟

الحل :

(1) - اختيار المجهول :

ليكن x وزن الكيس الواحد من القمح .

(2) - صياغة المعادلة :

بما أن x هو وزن الكيس الواحد من القمح فإن $(x+10)$ هو وزن الكيس الواحد من الشعير .
 إذن : -- الوزن الذي يحمله الحصان هو : $(5x+20) + [3(x+10)+10]$.
 -- الوزن الذي يحمله الجمل هو : $(3x+80) + [2(x+10)+50]$.
 و بما أن الحصان و الجمل يحملان نفس الوزن فستكون لدينا المعادلة الآتية :

$$(5x+20) + [3(x+10)+10] = (3x+80) + [2(x+10)+50]$$

(3) - حل المعادلة :

المعادلة $(5x+20) + [3(x+10)+10] = (3x+80) + [2(x+10)+50]$ تكافئ على التوالي :

$$3x+80+2x+20+50 = 5x+20+3x+30+10$$

$$3x+2x-5x-3x = 20+30+10-80-20-50$$

$$-3x = -90$$

$$x = \frac{-90}{-3}$$

$$x = 30$$

(4) - التحقق من الحل :

$$\begin{aligned}(5x + 20) + [3(x + 10) + 10] &= 5 \times 30 + 20 + 3(30 + 10) + 10 \\ &= 150 + 20 + 3 \times 40 + 10 \\ &= 150 + 20 + 120 + 10 \\ &= 300\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}(3x + 80) + [2(x + 10) + 50] &= 3 \times 30 + 80 + 2(30 + 10) + 50 \\ &= 90 + 80 + 2 \times 40 + 50 \\ &= 90 + 80 + 80 + 50 \\ &= 300\end{aligned}$$

إذن العدد 30 هو حل المعادلة $(5x + 20) + [3(x + 10) + 10] = (3x + 80) + [2(x + 10) + 50]$
(5) - الرجوع إلى المسألة :

وزن الكيس الواحد من القمح هو : 30 kg .

وزن الكيس الواحد من الذرى هو : 40 kg .

II _ المتراجحات من الدرجة الأولى بمجهول واحد :

(1) - تعريف :

a و b و x أعداد حقيقية .
كل متفاوتة على شكل : $ax + b > 0$ أو $ax + b \geq 0$ أو $ax + b < 0$ أو $ax + b \leq 0$
تسمى متراجحة من الدرجة الأولى بمجهول واحد هو x .

(2) - أمثلة :

المتفاوتات : $2x + 5 < 0$ و $\sqrt{2} \cdot x - 5 > 0$ و $\frac{1}{2}x - 11 \leq 0$ و $3x + 3 \geq 0$

تسمى متراجحات من الدرجة الأولى بمجهول واحد هو x .

* / ملاحظة هامة :

الأعداد الحقيقية التي تحقق متراجحة تسمى حلول هذه المتراجحة .

(3) - حل متراجحة :

(1) - حل المتراجحة : $3x + 2 < 0$.

المتراجحة $3x + 2 < 0$ تكافئ على التوالى :

$$3x < -2$$

$$x < \frac{-2}{3}$$

الأعداد الحقيقية الأصغر قطعاً من $\frac{-2}{3}$ هي حلول المتراجحة $3x + 2 < 0$.

(2) - حل المتراجحة : $-x+4 \leq 2x-2$.

المتراجحة $-x+4 \leq 2x-2$ تكافئ على التوالي :

$$-x-2x \leq -2-4$$

$$-3x \leq -6$$

$$x \geq \frac{-6}{-3}$$

$$x \geq 2$$

الأعداد الحقيقية الأكبر من أو تساوي 2 هي حلول المتراجحة $-3x+4 \leq 2x-2$.

* / تمثيل الحلول على مستقيم مدرج :

