

الحساب العددي : الجذور المربعة

الكفايات

-- التعرف على أنه إذا كان a عددا حقيقيا موجبا فإن : \sqrt{a} هو العدد الحقيقي الموجب الذي مربعه a .

-- استعمال الآلة الحاسبة لتحديد قيم مقربة لجذر مربع.

-- استعمال $(\sqrt{a})^2$ و $\sqrt{a^2}$ في حالة a موجب

-- البحث من خلال أمثلة على العدد x حيث : $x^2 = a$

-- استعمال العلاقات $\sqrt{ab} = \sqrt{a} \times \sqrt{b}$ و $\frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}} = \frac{\sqrt{a}}{b}$ و $\frac{1}{\sqrt{a}} = \frac{\sqrt{a}}{a}$

-- في أمثلة عددية لتبسيط بعض التعابير-

-- جعل مقام كسر عددا جذريا في حالات بسيطة.

الامتدادات

- الحساب المثلثي
- مسائل هندسية وعددية
- المعادلات و المترجمات
- الاحصاء
- العلوم الفيزيائية

توجيهات تربوية

-- يتم تقديم العمليات على الأعداد الحقيقية بالقياس مع العمليات على الأعداد الجذرية و يمكن البرهنة على بعض خاصياتها باستعمال التعريف :

$$\sqrt{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}} \quad \text{و} \quad \sqrt{ab} = \sqrt{a} \sqrt{b}$$

مع التركيز على الأمثلة وعلى تثبيت التقنيات . ونظرا لأهمية هذه التقنيات ولصعوبة التمكن منها فإنه ينبغي العناية بها طيلة السنة الدراسية وفي جميع المناسبات سواء تعلق الأمر بدروس الجبر أو الهندسة.

التدبير الزمني

10س

الحساب العددي : الجذور المربعة

المكتسبات القبلية

- العمليات و الاقواس , الاسبقية في العمليات .
- النشر والتعميل والتبسيط
- القوى في مجموعة الأعداد الحقيقية .
- جذر مربع عدد جذري

الأهداف

التعرف على الجذر
المربع لعدد حقيقي
موجب

تطبيق العلاقتين

$$(\sqrt{a})^2 = a$$

$$\sqrt{a^2} = a$$

الأنشطة

نشاط 1

أتمم بالعدد الحقيقي الموجب مايلي

$$25 = (\dots)^2 \quad \text{ن : } \dots = \sqrt{25}$$

$$36 = (\dots)^2 \quad \text{ن : } \dots = \sqrt{36}$$

$$\frac{81}{49} = (\dots)^2 \quad \text{ن : } \dots = \sqrt{\frac{81}{49}}$$

$$3 = (\dots)^2 \quad \text{ن : } \dots = \sqrt{3}$$

$$10 = (\dots)^2 \quad \text{ن : } \dots = \sqrt{10}$$

- ماهو العدد الحقيقي الموجب الذي

مربعه كل من 25 و 36 و $\frac{81}{49}$ و 3؟

a عدد حقيقي موجب

- ماهو العدد الحقيقي الموجب الذي

مربعه a ؟ - استنتج قيمة $(\sqrt{a})^2$

نشاط 2

| a | a^2 | $\sqrt{a^2}$ |
|---------------|-------|--------------|
| 7 | | |
| $\frac{3}{5}$ | | |
| $\sqrt{5}$ | | |

1- اتمم الجدول

- ماذا تلاحظ من خلال الجدول؟

2- برهن أن: $\sqrt{a^2} = a$

a

محتوى الدرس

I - الجذر المربع لعدد حقيقي موجب :

(1) - تعريف :

a عدد حقيقي موجب
العدد الحقيقي الموجب الذي مربعه a يسمى :
جذر مربع العدد a و يكتب : \sqrt{a} .
أي: $(\sqrt{a})^2 = a$

* بتعبير آخر :

a عدد حقيقي موجب و b عدد حقيقي موجب.
 $a = b^2$ يعني أن $b = \sqrt{a}$

(2) - نتيجة :

مهما كان a عددا حقيقيا موجبا فإن :
 $(\sqrt{a})^2 = \sqrt{a^2} = a$

* أمثلة :

$$\sqrt{0} = 0 \quad ; \quad \sqrt{3^2} = 3 \quad ; \quad (\sqrt{5})^2 = 5$$

$$\sqrt{1} = 1 \quad ; \quad \sqrt{16} = \sqrt{4^2} = 4 \quad ; \quad \sqrt{(-7)^2} = 7$$

$$\sqrt{\frac{100}{9}} = \sqrt{\left(\frac{10}{3}\right)^2} = \frac{10}{3} \quad ; \quad \sqrt{1.21} = \sqrt{(1.1)^2} = 1.1$$

تقويم وملاحظات

تمرين 1

1- أحسب ما يلي :
 a و b و c اعداد حقيقية موجبة

$$b = \left[\sqrt{\sqrt{2}} \right]^2 \quad a = (\sqrt{2})^2$$

$$c = \left(\sqrt{\sqrt{2} + 9} + 3 \right)^2$$

$$f = \sqrt{(-11)^2} + (\sqrt{11})^2$$

$$g = \sqrt{(2\sqrt{7})^2} \times (3\sqrt{7})^2$$

$$E = \sqrt{a^2 + 2a + 1}$$

$$F = \sqrt{a^2 b^4 c^6}$$

$$h = \frac{(2\sqrt{2})^2}{\sqrt{3}-1} + \frac{(-\sqrt{3})^4}{\sqrt{3}+1}$$

2- أ- أحسب :

$$(1 + \sqrt{2})^2$$

ب- استنتج تبسيطا ل :

$$\sqrt{3 + 2\sqrt{2}}$$

الأهداف

تطبيق العلاقتين

$$\sqrt{a \times b} = \sqrt{a} \times \sqrt{b}$$

و

$$\sqrt{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}}$$

الأنشطة

نشاط 3

أحسب : $\sqrt{9 \times 16}$ و $\sqrt{9} \times \sqrt{16}$
ماذا تلاحظ ؟

أحسب : $\frac{\sqrt{9}}{\sqrt{16}}$ و $\frac{\sqrt{9}}{\sqrt{16}}$
ماذا تلاحظ ؟

أحسب : $\sqrt{9+16}$ و $\sqrt{9} + \sqrt{16}$
ماذا تلاحظ ؟

نشاط 4

a و b عدنان حقيقيان موجبان
1- احسب : $(\sqrt{a} \times \sqrt{b})^2$
2- استنتج أن:

$$\sqrt{a \times b} = \sqrt{a} \times \sqrt{b}$$

3- نفترض أن b غير منعدم

$$\frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}} = \sqrt{\frac{a}{b}}$$

بين أن:

محتوى الدرس

II _ العمليات على الجذور المربعة :

(1) - خاصية 1 : الجذر المربع و الجداء.

a و b عدنان حقيقيان موجبان .

$$\sqrt{a \times b} = \sqrt{a} \times \sqrt{b}$$

(2) - نتيجة :

a و b عدنان حقيقيان موجبان :

$$\sqrt{a^2 \times b} = \sqrt{a^2} \times \sqrt{b} = a\sqrt{b}$$

• أمثلة :

$$\sqrt{3} \times \sqrt{7} = \sqrt{3 \times 7} = \sqrt{21}$$

$$\sqrt{80} = \sqrt{16 \times 5} = \sqrt{16} \times \sqrt{5} = \sqrt{4^2} \times \sqrt{5} = 4\sqrt{5}$$

$$\sqrt{2} \times \sqrt{4} \times \sqrt{3} = \sqrt{2 \times 4 \times 3} = \sqrt{24} = \sqrt{4 \times 6} = \sqrt{4} \times \sqrt{6} = \sqrt{2^2} \times \sqrt{6} = 2\sqrt{6}$$

(3) - خاصية 2 : الجذر المربع و الخارج.

a و b عدنان حقيقيان موجبان و $b \neq 0$.

$$\sqrt{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}}$$

تقويم وملاحظات

تمرين 2

بسط كتابة ما يلي :

$$a = \sqrt{12} + \sqrt{75} - \sqrt{27}$$

$$b = 2\sqrt{45} + 3\sqrt{20} - \sqrt{80}$$

$$c = 3\sqrt{6} + 4\sqrt{24} - \frac{1}{2}\sqrt{54}$$

$$d = \sqrt{\frac{2}{3}} + 2\sqrt{\frac{8}{27}} - \frac{1}{2}\sqrt{\frac{50}{12}}$$

تمرين 3

نعتبر العددين الآتيين :

$$A = \sqrt{11+6\sqrt{2}}$$

$$B = \sqrt{11-4\sqrt{7}}$$

(1) - أنشر ثم بسط العددين :

$$(3-\sqrt{7})^2 \text{ و } (\sqrt{2}+3)^2$$

(2) - استنتج تبسيط العددين : A و B .

الأهداف

الأنشطة

محتوى الدرس

تقويم وملاحظات

حذف الجذر المربع
من المقام

نشاط 5

و b عدنان حقيقيان وجبان حيث:
و $a \neq 0$ $a \neq b$

$$1 - \text{بين أن: } \frac{1}{\sqrt{a}} = \frac{\sqrt{a}}{a}$$

$$2 - \text{بين أن: } \frac{1}{\sqrt{a}-\sqrt{b}} = \frac{\sqrt{a}-\sqrt{b}}{a-b}$$

* أمثلة :

$$\frac{\sqrt{12}}{\sqrt{3}} = \sqrt{\frac{12}{3}} = \sqrt{4} = \sqrt{2^2} = 2$$

$$\frac{\sqrt{25}}{\sqrt{9}} = \frac{\sqrt{25}}{\sqrt{9}} = \frac{\sqrt{5^2}}{\sqrt{3^2}} = \frac{5}{3}$$

$$\frac{\sqrt{32}}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{16 \times 2}}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{16} \times \sqrt{2}}{\sqrt{2}} = \sqrt{16} = \sqrt{4^2} = 4$$

III - حذف الجذر المربع من المقام :

(1) - الحالة الأولى :

* لنحذف الجذر المربع من مقام العدد :

$$\frac{2}{\sqrt{5}}$$

لدينا:

$$\frac{2}{\sqrt{5}} = \frac{2 \times \sqrt{5}}{\sqrt{5} \times \sqrt{5}} = \frac{2\sqrt{5}}{\sqrt{5^2}} = \frac{2\sqrt{5}}{5}$$

* لنحذف الجذر الربع من مقام العدد :

$$\frac{\sqrt{3}}{5\sqrt{2}}$$

لدينا :

$$\frac{\sqrt{3}}{5\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{3} \times \sqrt{2}}{5\sqrt{2} \times \sqrt{2}} = \frac{\sqrt{3 \times 2}}{5\sqrt{2^2}} = \frac{\sqrt{6}}{5 \times 2} = \frac{\sqrt{6}}{10}$$

* لنحذف الجذر المربع من مقام العدد :

$$\frac{2 + \sqrt{5}}{7\sqrt{3}}$$

لدينا :

$$\frac{2\sqrt{3} + \sqrt{5} \times \sqrt{3}}{7\sqrt{3}^2} = \frac{2\sqrt{3} + \sqrt{5 \times 3}}{73} = \frac{2\sqrt{3} + \sqrt{15}}{21}$$

تمرين 4

(1) - x و y و z أعداد حقيقية بحيث :

$$x = \sqrt{25} + \sqrt{24}$$

$$y = \sqrt{3\sqrt{9} + 16} - 2\sqrt{6} \quad \text{و}$$

$$z = 49 + 20\sqrt{6} \quad \text{و}$$

(أ) - أحسب x و y .

(ب) - استنتج أن : $z = \frac{x}{y}$.

(2) - أثبت أن :

$$\frac{1}{3 - \sqrt{6}} + \frac{1}{3 + \sqrt{6}} = 2$$

تمرين 5

نضع : $x = 2 + 3\sqrt{5}$

$$y = 49 + 12\sqrt{5} \quad \text{و}$$

$$z = 49 - 12\sqrt{5} \quad \text{و}$$

(1) - بين أن: $\sqrt{y} = x$.

(2) - استنتج: \sqrt{z} .

(3) - أحسب:

$$\sqrt{y} + \sqrt{z} \quad \text{و} \quad \sqrt{y} \times \sqrt{z}$$

الأهداف

الأنشطة

محتوى الدرس

تقويم وملاحظات

تمرين 6

احذف الجذر المربع من مقام الأعداد الآتية :

$$a = \frac{3}{\sqrt{11}} \quad ; ; \quad b = \frac{11}{2\sqrt{5}} \quad ; ;$$

$$c = \frac{-2\sqrt{3}}{5\sqrt{5}}$$

$$; ; \quad e = \frac{2\sqrt{3}}{\sqrt{3}-4} \quad ; ; \quad d = \frac{1}{\sqrt{3}+1}$$

$$f = \frac{\sqrt{2}-1}{\sqrt{2}+1} \quad \text{و} \quad \frac{1}{1+\sqrt{2}+\sqrt{3}}$$

تمرين 7

حل المعادلات الآتية :

$$; ; \quad x^2 = 11 \quad ; ; \quad x^2 + 3 = 0$$

$$; ; \quad x^2 - 25 = 0 \quad ; ; \quad x^2 = 121$$

$$; ; \quad \frac{x^2}{4} = 5$$

$$4x^2 = 16 \quad ; ; \quad 9x^2 - 8 = 0 \quad ; ;$$

$$3x^2 - 4 = 0 \quad ; ; \quad 7x^2 = 5 \quad ; ;$$

$$x^2 - (1+\sqrt{2})^2 = 0 ; ; 2x^2 = 6$$

$$\frac{2x^2}{3} = 4$$

2 - الحالة الثانية : استعمال المرافق.

(مرافق (a+b) هو (a-b) و مرافق (a-b) هو (a+b))

$$* \text{لنحذف الجر المربع من مقام العدد} \quad \frac{2}{1-\sqrt{5}}$$

لدينا :

$$\frac{2}{1-\sqrt{5}} = \frac{2(1+\sqrt{5})}{(1-\sqrt{5})(1+\sqrt{5})} = \frac{2(1+\sqrt{5})}{1^2 - \sqrt{5}^2} = \frac{2(1+\sqrt{5})}{1-5} = \frac{2(1+\sqrt{5})}{-4}$$

ملاحظة: مرافق العدد $(1-\sqrt{5})$ هو العدد $(1+\sqrt{5})$

IV - حل المعادلة : $x^2 = a$.

(1) - قاعدة :

إذا كان $a > 0$ فإن المعادلة $x^2 = a$ لها

حليين هما : \sqrt{a} و $-\sqrt{a}$.

إذا كان $a = 0$ فإن المعادلة $x^2 = a$ لها

حلا وحيدا هو العدد 0.

إذا كان $a < 0$ فإن المعادلة $x^2 = a$ ليس

لها حلا .

أمثلة: * حل المعادلات التالية:

$$x^2 - 9 = 0$$

$$. x^2 + 11 = 0$$

$$. x^2 = 0$$

نشاط 6

حل المعادلات التالية

$$x^2 = 9$$

$$x^2 = 6$$

$$x^2 = 0$$

$$x^2 = -1$$

حل معادلة على شكل

$$x^2 = a$$