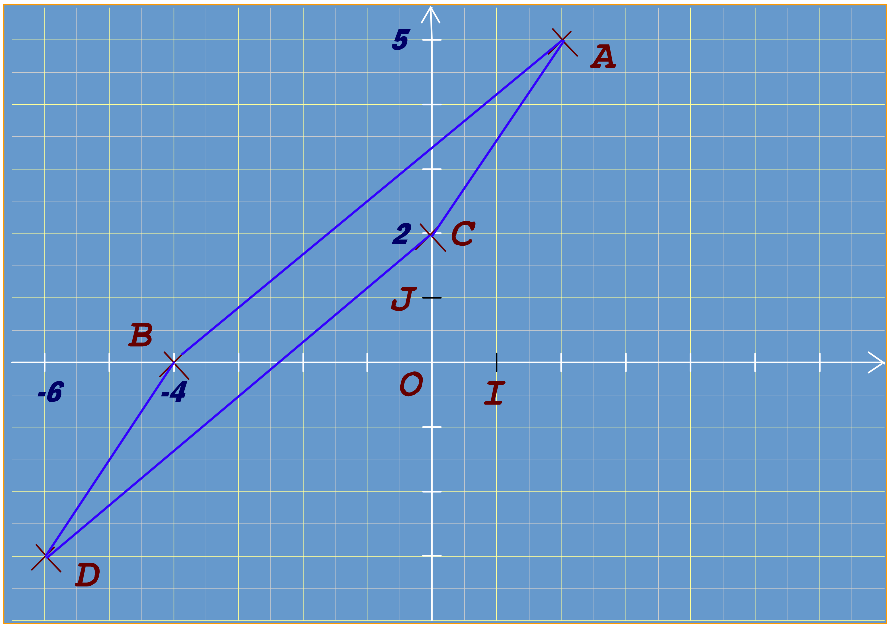
المعلم في المستوى - حلول

تمرين 1

انتبه ← تعليق ←

	$D(-6;-3)$ و $C(0;2)$ و $B(-4;0)$ و $A(2;5)$	
-1	$\overrightarrow{AB}(x_B - x_A , y_B - y_A)$ $\overrightarrow{AB}(-4-2, 0-5)$ $\overrightarrow{AB}(\ -6\ ,\ -5)$	$\overrightarrow{CD}(x_D - x_C , y_D - y_C)$ $\overrightarrow{CD}(-6-0, -3-2)$ $\overrightarrow{CD}(\ -6\ ,\ -5)$
-2	بما ن لـ $\overrightarrow{AB}$ و $\overrightarrow{CD}$ نفس الإحداثيات فإن : $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{CD}$ بالتالي نستنتج أن : $ABDC$ متوازي أضلاع.	
-3		

تمرين 2

انتبه ← تعليق ←

	$D(-6;-3)$ و $C(0;2)$ و $B(-4;0)$ و $A(2;5)$	
-1	لدينا E منتصف $[BC]$ إذن : $y_E = \frac{y_B + y_C}{2}$ و $x_E = \frac{x_B + x_C}{2}$ منه : $y_E = \frac{0+2}{2} = 1$ و $x_E = \frac{-4+0}{2} = -2$ بالتالي : $E(-2;1)$	لدينا F منتصف $[AD]$ إذن : $y_F = \frac{y_A + y_D}{2}$ و $x_F = \frac{x_A + x_D}{2}$ منه : $y_E = \frac{5+(-3)}{2} = 1$ و $x_F = \frac{2+(-6)}{2} = -2$ بالتالي : $F(-2;1)$
-2	بما أن لـ E و F نفس الإحداثيات فهذا يعني أن لـ $[BC]$ و $[AD]$ نفس المنتصف بالتالي نستنتج أن : $ABDC$ متوازي أضلاع.	
- 3	لدينا : $BC = \sqrt{(x_C - x_B)^2 + (y_C - y_B)^2} = \sqrt{(0-(-4))^2 + (2-0)^2} = \sqrt{(4)^2 + (2)^2} = \sqrt{16+4} = \sqrt{20}$ و $AD = \sqrt{(x_D - x_A)^2 + (y_D - y_A)^2} = \sqrt{(-6-2)^2 + (-3-5)^2} = \sqrt{(-8)^2 + (-8)^2} = \sqrt{64+64} = \sqrt{128}$	
-4	بما أن : $BC \neq AD$ فقطرا $ABDC$ متوازي أضلاع ليسا متقايسان، فهو إذن ليس بمستطيل	

تمرين 3

انتبه ← تعليق ←

$A\left(-2\sqrt{3};\sqrt{3}\right)$ و $B(-1;-2)$ و $C(1;2)$ ، لنبين أن المثلث ABC متساوي الأضلاع

لدينا :

$$AB=\sqrt{(x_B-x_A)^2+(y_B-y_A)^2}=\sqrt{\left(-1-\left(-2\sqrt{3}\right)\right)^2+\left(-2-\sqrt{3}\right)^2}=\sqrt{\left(2\sqrt{3}-1\right)^2+\left(2+\sqrt{3}\right)^2}$$

$$AB=\sqrt{4\times3-2\times2\sqrt{3}+1\ +\ 4+2\times2\times\sqrt{3}+3}=\sqrt{12-4\sqrt{3}+1\ +\ 4+4\sqrt{3}+3}=\sqrt{20}$$

و

$$BC=\sqrt{(x_C-x_B)^2+(y_C-y_B)^2}=\sqrt{(1-(-1))^2+(2-(-2))^2}=\sqrt{(2)^2+(4)^2}=\sqrt{4+16}=\sqrt{20}$$

و

$$AC=\sqrt{(x_C-x_A)^2+(y_C-y_A)^2}=\sqrt{\left(1-\left(-2\sqrt{3}\right)\right)^2+\left(2-\sqrt{3}\right)^2}=\sqrt{\left(1+2\sqrt{3}\right)^2+\left(2-\sqrt{3}\right)^2}$$

$$AC=\sqrt{1+4\sqrt{3}+12+\ 4-4\sqrt{3}+3}=\sqrt{20}$$

إذن : $AB=BC=AC$ ، بالتالي المثلث ABC متساوي الأضلاع

← لنشر المتطابقة $\left(-2-\sqrt{3}\right)^2$ استعملنا الخاصية : $(-a-b)^2=(a+b)^2$ لأن $-a-b=-(a+b)$ ، بمعنى أن للعددين المتقابلين نفس المربع

تمرين 4

انتبه ← تعليق ←

نعتبر النقط : $A(2;1)$ و $B(0;-1)$ و $C(-1;4)$

-1 لدينا

$$BC=\sqrt{(x_C-x_B)^2+(y_C-y_B)^2}=\sqrt{(-1-0)^2+(4-(-1))^2}=\sqrt{(-1)^2+5^2}=\sqrt{1+25}=\sqrt{26}$$

و

$$AB=\sqrt{(x_B-x_A)^2+(y_B-y_A)^2}=\sqrt{(0-2)^2+(-1-1)^2}=\sqrt{(-2)^2+(-2)^2}=\sqrt{4+4}=\sqrt{8}$$

و

$$AC=\sqrt{(x_C-x_A)^2+(y_C-y_A)^2}=\sqrt{(-1-2)^2+(4-1)^2}=\sqrt{(-3)^2+3^2}=\sqrt{9+9}=\sqrt{18}$$

-2 لدينا : $BC^2=\left(\sqrt{26}\right)^2=26$ و $AB^2=\left(\sqrt{8}\right)^2=8$ و $AC^2=\left(\sqrt{18}\right)^2=18$

منه : $AB^2+AC^2=8+18=26=BC^2$ ،

إذن حسب مبرهنة فيتاغورس العكسية فإن : المثلث ABC قائم الزاوية في النقطة A

تمرين 5

انتبه ← تعليق ←

$A(-1;3)$ و $B(2;-6)$ و $C(0;3)$ و $D(a;b)$ ، لنحدد العددين a و b لكي يكون الرباعي $ABCD$ متوازي أضلاع

لكي يكون $ABCD$ متوازي أضلاع يجب أن يكون : $\overrightarrow{AB}=\overrightarrow{DC}$ أي يجب أن يكون للمتجهتين $\overrightarrow{AB}$ و $\overrightarrow{DC}$ نفس الإحداثيات.

و لدينا : $\overrightarrow{AB}(x_B-x_A\,,y_B-y_A)$ و $\overrightarrow{DC}(x_C-x_D\,,y_C-y_D)$

$\overrightarrow{AB}(2-(-1),-6-3)$ و $\overrightarrow{DC}(0-a,3-b)$

$\overrightarrow{AB}(\ 3\ ,\ -9)$ و $\overrightarrow{DC}(\ -a\ ,\ 3-b)$

إذن : $-a=3$ و $3-b=-9$ ، منه : $a=-3$ و $-b=-9-3$

$-b=-12$

$b=12$

← $ABCD$ متوازي أضلاع يعني : $\overrightarrow{AB}=\overrightarrow{DC}$ و ليس : $\cancel{\overrightarrow{AB}=\overrightarrow{CD}}$

تمرين 6

انتبه ← تعليق ←

$A(-1;3)$ و $B(2;-6)$ ، لنحدد إحداثيتي K مماثلة النقطة A بالنسبة للنقطة B

لدينا K مماثلة النقطة A بالنسبة للنقطة B منه : B منتصف $[AK]$

منه :

$$x_B = \frac{x_A + x_K}{2} \qquad y_B = \frac{y_A + y_K}{2}$$

$$2 = \frac{-1 + x_K}{2} \qquad -6 = \frac{3 + x_K}{2}$$

$$\frac{4}{2} = \frac{-1 + x_K}{2} \quad \text{و} \quad \frac{-12}{2} = \frac{3 + y_K}{2}$$

$$4 = -1 + x_K \qquad -12 = 3 + y_K$$

$$4 + 1 = x_K \qquad -12 - 3 = y_K$$

$$5 = x_K \qquad -15 = y_K$$

بالتالي : $\underline{K(5\ ,\ -15)}$