

## يمكن

## نريد أن

إثبات أن:  $u_{n+1} = u_n$  لكل  $n$  من  $\mathbb{N}$  باستعمال البرهان بالترجع  
(في هذه الحالة  $u_n = u_0$  لكل  $n$  من  $\mathbb{N}$  أو  $u_n = u_1$  لكل  $n$  من  $\mathbb{N}^*$ )

تبين أن  $(u_n)$  متتالية ثابتة

إثبات أن:  $u_{n+1} = u_n + r$  أو  $u_{n+1} - u_n = r$  لكل  $n$  من  $\mathbb{N}$

تبين أن  $(u_n)$  متتالية حسابية

إثبات أن:  $u_{n+1} = qu_n$  أو  $\frac{u_{n+1}}{u_n} = q$  لكل  $n$  من  $\mathbb{N}^*$  ( $u_n \neq 0$ )

تبين أن  $(u_n)$  متتالية هندسية

• الصيغ  $u_n = u_k + (n - k)r$  ( $(u_n)$  متتالية حسابية)

تكتب (أو تعبر) عن  $u_n$  بدلالة  $n$

$u_n = u_k \times q^{n-k}$  ( $(u_n)$  متتالية هندسية)

(غالباً ما يكون  $k = 0$  أو  $k = 1$ )

• علاقة بين  $u_n$  و  $v_n$  بحيث  $(v_n)$  حسابية أو هندسية

• إثبات أن:  $u_n - M \leq 0$  (أو  $u_n - m \geq 0$ ) لكل  $n$  من  $\mathbb{N}$

تبين أن  $(u_n)$  مكبورة بعدد  $M$  (أو مصغورة بعدد  $m$ )

• استعمال البرهان بالترجع إذا كانت المتتالية ترجعية

• كل متتالية تزايدية فهي مصغورة بعدها الأول و كل متتالية تناقصية فهي مكبورة بعدها الأول.

تدرس رتبة متتالية  $(u_n)$

• دراسة إشارة  $u_{n+1} - u_n$  أو مقارنة 1 و  $\frac{u_{n+1}}{u_n}$  إذا كانت:

$u_n > 0$  لكل  $n$  من  $\mathbb{N}$ .

• تظن الرتبة من خلال حساب الحدود الأولى ثم برهن على النتيجة المحصل عليها بإحدى الطريقتين السابقتين أو اعتماداً على البرهان بالترجع.

• دراسة رتبة الدالة  $f$  في حالة  $u_n = f(n)$ .

تبين أن المتتالية  $(u_n)$  متقاربة

•  $(u_n)$  تزايدية و مكبورة أو تناقصية و مصغورة.

•  $\lim u_n = \lim v_n = l$  و  $u_n \leq v_n \leq w_n$

•  $\lim v_n = 0$  و  $|u_n - l| \leq v_n$

في كلتا الحالتين لدينا  $\lim u_n = l$ .

تحسب  $\lim u_n = l$

• استعمال  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$  إذا كان:  $u_n = f(n)$  ( $f$  دالة عددية).

• استعمال  $l = f(l)$  إذا كانت المتتالية  $(u_n)$  ترجعية من نوع

$u_{n+1} = f(u_n)$  حيث:  $f$  دالة عددية متصلة تحقق شرط

التضمن و أثبتت في سؤال سابق أنها متقاربة، فإن:

$l = \lim u_n$

• استعمال  $\lim q^n = 0$  إذا كان:  $-1 < q < 1$ .

• استعمال العمليات على نهايات المتتاليات.

• استعمال  $\lim u_n = +\infty$  و  $\lim v_n = +\infty$  و  $u_n \geq v_n$  إذن  $\lim u_n = +\infty$ .

أو  $\lim u_n = -\infty$  و  $\lim v_n = -\infty$  و  $u_n \leq v_n$  إذن  $\lim u_n = -\infty$ .