نموذج امتحان لمادة الرياضيات

www.nacermaths.com
الأستاذ : نـــــاصر ب.

التمرين الأول:

1- نعتبر الأعداد العقدية التالية: $a=(1+\sqrt{3})i$ و $b=-\left[(1+\sqrt{3})+(1-\sqrt{3})i\right]$ و $w=2+(1-\sqrt{3})i$.

أ- أكتب على الشكل الجبري كلا من العددين a^2 و w^2.

ب- تحقق أن: $w^2=a^2-4b$.

2- نعتبر في مجموعة الأعداد العقدية $\mathbb{C}$ المعادلة التالية : $(E):\ z^2-az+b=0$ حيث a و b العددان المعرفان في السؤال 1.

أ- حل في $\mathbb{C}$ المعادلة (E) . نسمي z_0 ، z_1 حلا المعادلة (E) بحيث: $|z_0|<|z_1|$.

ب- اكتب على الشكل الأسي كلا من z_0 و z_1

3- المستوى العقدي منسوب إلى معلم متعامد مباشر $(O,\vec{i},\vec{j})$. لتكن النقطتين A و B صورتي z_0 و z_1 على التوالي.

أ- مثل النقطتين A و B في المعلم $(O,\vec{i},\vec{j})$ ، وحدة الطول $2cm$.

ب- حدد نسبة و زاوية التشابه المباشر الذي مركزه O و الذي يحول A إلى B .

التمرين الثاني:

يحتوي كيس على 9 كرات متماثلة لا يمكن التمييز بينها باللمس، منها 3 حمراء، 4 بيضاء، 2 سوداء . نسحب تآنيا 3 كرات من الكيس.

1 - أحسب عددالسحبات الممكنة .

2- ليكن X المتغير العشوائي الذي يربط كل سحبة ممكنة بعدد الكرات الحمراء فيها. حدد قانون احتمال X ثم احسب أمله الرياضي E(X)، مغايرته Var(X) و انحرافه الطرازي σ_X .

3- نعيد الكرات المسحوبة ثم نسحب من جديد كرتين على التوالي و دون إحلال . ما احتمال الحصول عل كرتين سوداوين.

التمرين الثالث:

الجزء الأول:

نعتبر الدالة العددية f معرفة على المجال $]1,+\infty[$ كما يلي : $f(x)=\frac{x}{\ln x}$ حيث $\ln$ يرمز إلى الدالة اللوغارتمية النبيرية.

1- أحسب $\lim_{x\to 1} f(x)$ **و** $\lim_{x\to+\infty} f(x)$.

2- أ- بين أنه لكل عدد حقيقي $x>1$ **فإن :** $f'(x)=\frac{\ln x-1}{(\ln x)^2}$.

ب- ضع جدول تغيرات الدالة f **على المجال** $]1,+\infty[$.

3- ليكن (C_f) **التمثيل البياني للدالة** f **في المستوى المنسوب إلى معلم متعامد ممنظم** $(O,\vec{i},\vec{j})$ **و ليكن** (Δ) **المستقيم الذي معادلته** $y=x$ **. نضع من أجل كل** x **من المجال** $]1,+\infty[$ **:** $h(x)=f(x)-x$.

أ- حل في $\mathbb{R}$ **المعادلة** $h(x)=0$ **ثم أدرس إشارة** $h(x)$ **على المجال** $]1,+\infty[$.

ب- استنتج إحداثيات نقطة تقاطع (C_f) **و المستقيم** (Δ) **وكذا الوضع النسبي ل** (C_f) **و** (Δ).

ج- أحسب : $f(2)$ ، $f(3)$ ، $f(4)$ **تعطى النتائج مقربة إلى** 10^{-2}.

د- في المعلم $(O,\vec{i},\vec{j})$ **أنشئ النقط** $(2,f(2))$ ، $(3,f(3))$ ، $(4,f(4))$ **ثم ارسم** (C_f) **و المستقيم** (Δ).

الجزء الثاني:

نعتبر المتتالية العددية (u_n) **معرفة كما يلي :**

$$\begin{cases} u_0=5 \\ u_{n+1}=f(u_n);\quad \forall n\in\mathbb{N} \end{cases}.$$

1- أحسب u_1 ، u_2 **و** u_3 **. تعطى النتائج مقربة إلى** 10^{-2}.

2- أ- بين أنه من أجل كل عدد صحيح طبيعي n **:** $u_n\geq e$.

ب- بين أن المتتالية (u_n) **تناقصية.**

ج- استنتج أن المتتالية (u_n) **متقاربة .**

د- ليكن $\lim_{n\to+\infty} u_n=l$ **. بين أن** $h(l)=0$ **ثم استنتج قيمة** l .