

# نموذج اختبار البكالوريا في مادة الرياضيات

## الشعبة : علوم الحياة و الأرض - علوم فيزيائية

www.nacermaths.com

الأستاذ : ناصر ب.

### تمرين 1

نعتبر في مجموعة الأعداد العقدية  $\mathbb{C}$  الحدودية  $P$  حيث:

$$P(z) = z^3 + (7-4i)z^2 + (9-16i)z - 9 - 21i$$

(1) أثبت أن المعادلة  $P(z) = 0$  تقبل حلا حقيقيا  $z_0$  يجب تحديده .

(2) اكتب  $P(z)$  على الشكل  $P(z) = (z - z_0)(z^2 + bz + c)$  .

(3) احسب  $(2-i)^2$  ثم حل في المجموعة  $\mathbb{C}$  المعادلة  $P(z) = 0$  .

### تمرين 2

صندوق يحتوي على 8 أقراص صفراء و 15 حمراء لا يمكن التمييز بينها باللمس. نسحب عشوائيا على التوالي ودون إحلال قريصين من الصندوق .

1- احسب احتمال الحدث : E "القرص المسحوب الأول من اللون الأصفر"

2- نكرر هذه التجربة سبع مرات، و بعد كل تجربة نرجع القريصين إلى الصندوق .

ليكن X المتغير العشوائي الذي يأخذ القيمة المتمثلة في عدد مرات تحقق الحدث E خلال التجارب السبعة.

أ\* أحسب احتمال الحدث A " الحدث E تحقق ثلاث مرات بالضبط "

ب\* أحسب احتمال الحدث B " الحدث E تحقق ست مرات على الأقل "

### تمرين 3

1. نعتبر الدالة  $g$  للمتغير الحقيقي  $x$  المعرفة على المجال  $]0; +\infty[$  كما يلي:  $g(x) = x^2 + 3 - 2 \ln x$  .  
أ) ادرس تغييرات الدالة  $g$  .

ب) استنتج إشارة  $g(x)$  على المجال  $]0; +\infty[$  .

2. لتكن  $f$  الدالة العددية للمتغير الحقيقي  $x$  المعرفة على المجال  $]0; +\infty[$  كما يلي:

$$f(x) = \frac{\ln x}{x} + \frac{x^2 - 1}{2x}$$

( $C_f$ ) تمثيلها البياني في مستو منسوب إلى معلم متعامد ممنظم  $(O; \vec{i}, \vec{j})$  الوحدة  $2cm$  .

أ) بين أنه ل كل  $x$  من المجال  $]0; +\infty[$  لدينا:  $f'(x) = \frac{g(x)}{2x^2}$  .

استنتج تغييرات الدالة  $f$  .

ب) احسب  $\lim_{x \rightarrow 0} f(x)$ ، أول هذه النتيجة مبيانيا.

ج) احسب  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$  .

ليكن (D) المستقيم الذي معادلته  $y = \frac{1}{2}x$  ، احسب  $\lim_{x \rightarrow +\infty} \left( f(x) - \frac{1}{2}x \right)$  ثم أول النتيجة مبيانيا.

د) أنشئ جدول تغييرات الدالة  $f$  .

ه) أنشئ المستقيم (D) والمنحنى ( $C_f$ ) الممثل للدالة  $f$  .

www.nacermaths.com

الأستاذ : ناصر ب.

## حل مقترح

### التمرين 1

نعلم أن  $z_0^3 + (7-4i)z_0^2 + (9-16i)z_0 - 9 - 12i = 0$  و منه

$$\begin{cases} z_0^3 + 7z_0^2 + 9z_0 - 9 = 0 \dots (1) \\ 4z_0^2 - 16z_0 - 12 = 0 \dots (2) \end{cases}$$

و منه  $z_0 = -3$  . ومنه  $P(z) = (z+3)(z^2 + bz + c)$  ، ننشر و بالمطابقة نجد:  $b = 4 - 4i$  و  $c = -3 - 4i$

نضع  $z^2 + 4(1-i)z - 3 - 4i = 0$  و  $\Delta' = (2-i)^2$  و منه  $z_1 = i$  و  $z_2 = -4 + 3i$  . جذور  $P(z)$  هي  $-3$  ;  $i$  ;  $-4 + 3i$

### التمرين 2

$$P(E) = \frac{8}{23}$$

$$P(A) = P(X = 3) = C_7^3 \times \left(\frac{8}{23}\right)^3 \times \left(\frac{15}{23}\right)^4 \approx 0.2664$$

$$P(B) = P(X \geq 6) = P(X = 6) + P(X = 7) = C_7^6 \times \left(\frac{8}{23}\right)^6 \times \left(\frac{15}{23}\right) + C_7^7 \times \left(\frac{8}{23}\right)^7 \approx 0.0087$$

### التمرين 3

1. أ) لدينا :  $\lim_{x \rightarrow 0} g(x) = +\infty$  و  $\lim_{x \rightarrow +\infty} g(x) = +\infty$

$$g'(x) = 2x - \frac{2}{x} = \frac{2(x^2 - 1)}{x} = \frac{2(x+1)(x-1)}{x}$$

نلاحظ بسهولة أن  $g'(x)$  لها نفس إشارة  $(x-1)$  على المجال  $]0; +\infty[$  .

و منه جدول تغيرات الدالة  $g$  .

$x$	0	1	$+\infty$
$g'(x)$	-	0	+
$g(x)$	$+\infty$	$4$	$+\infty$

ب) من جدول تغيرات الدالة  $g$  نستنتج أن  $g(x)$  موجبة قطعاً على المجال  $]0; +\infty[$  .

2. أ) من  $f'(x) = \frac{g(x)}{2x^2}$  نستنتج أن  $f'(x)$  لها نفس إشارة  $g(x)$ ، وهذا يعني أن الدالة  $f$  تزايدية قطعاً على المجال  $]0; +\infty[$ .

ب) 
$$\lim_{x \rightarrow 0} f(x) = \lim_{x \rightarrow 0} \left( \frac{\ln x}{x} - \frac{x^2 - 1}{2x} \right) = -\infty$$

ومنه المستقيم الذي معادلته  $x=0$  مقارب عمودي للمنحنى  $(C_f)$ .

ج) 
$$\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = +\infty$$

وهذا يعني أن  $(D)$  مقارب مائل للمنحنى  $(C_f)$  
$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \left( f(x) - \frac{1}{2}x \right) = \lim_{x \rightarrow +\infty} \left( \frac{\ln x}{x} - \frac{1}{2x} \right) = 0$$

بجوار  $+\infty$ .

د) جدول تغيرات الدالة  $f$ .

$x$	0	1	$+\infty$
$f'(x)$		+	
$f(x)$			$+\infty$

هـ)

