نموذج امتحان لمادة الرياضيات

التمرين الأول: (4 نقط)

لكل سؤال من الأسئلة التالية جواب واحد صحيح فقط. حدد الجواب الصحيح معللا اختيارك.

الفضاء منسوب إلى معلم متعامد ممنظم $\left(o,\vec{i},\vec{j},\vec{k}\right)$

1. المستوى (P) ذو المعادلة : $2x+3y-z+4=0$ و المستقيم (D) المعرف بـ : $\begin{cases} x=t \\ y=t \\ z=8+t \end{cases} \quad t\in\mathbb{R}$

ج1) متقاطعان،   ج2) متوازيين،   ج3) (D) ضمن (P)

2. المسافة بين النقطة $A(1,2,-4)$ و المستوى (P) ذو المعادلة : $2x+3y-z+4=0$ هي:

ج1) $\frac{8\sqrt{14}}{7}$ ،   ج2) $\frac{8}{\sqrt{14}}$ ،   ج3) $\frac{16}{3}$.

3. المسقط العمودي للنقطة $B(1,6,0)$ على المستوى ذو المعادلة: $-x+3y-z+5=0$ هي النقطة ذات الإحداثيات:

ج1) $(2,3,1)$ ج2) $(3,0,2)$ ج3) $(-2,3,-6)$.

التمرين الثاني:(4 نقط)

I- نعتبر المتتالية العددية (v_n) المعرفة بـ : $\begin{cases} v_0=\alpha \\ v_{n+1}=\frac{1}{4}v_n+\frac{9}{4} \end{cases}$ ، حيث: $\alpha\in\mathbb{R}$.

حدد قيمة العدد الحقيقي α حتى تكون المتتالية (v_n) ثابتة.

II- نضع $\underline{\alpha=4}$.

1. أحسب . v_1 ، v_2 ، v_3

2. نعتبر المتتالية (u_n) المعرفة بـ : $u_n=v_n-3$.

أ/اثبت أن (u_n) متتالية هندسية محددا أساسها وحدها الأول .

ب/اكتب u_n بدلالة n ثم استنتج v_n بدلالة n .

ج/ احسب المجموع $s_n=u_0+u_1+...+u_n$ ثم استنتج $S_n=v_0+v_1+...+v_n$ بدلالة n .

د/ أحسب $\lim S_n$.

التمرين الثالث:(5نقط)

I- نعتبر في المجموعة $\mathbb{C}$ المعادلة : $z^3+2z^2-16=0$:(E).

1. أثبت أن 2 حل للمعادلة (E)، ثم بين أنه يمكن كتابة (E) على الشكل : $(z-2)(az^2+bz+c)=0$ حيث a , b , c أعداد حقيقية يجب تحديدها.
2. استنتج حلول المعادلة (E) ثم اكتبها كتابة أسية .

II- المستوى العقدي منسوب إلى معلم متعامد ممنظم $(o , \vec{i} , \vec{j})$ حيث: الوحدة 1.cm

1. أنشئ النقط A , B , C التي ألحاقها على التوالي: $z_A=-2-2i$ ، $z_B=2$ ، $z_C=-2+2i$.
2. احسب z_D لحق النقطة D لكي يكون الرباعي ABDC متوازي أضلاع. أنشئ النقطة D.
3. لتكن E صورة D بالدوران الذي مركزه B وزاويته $-\frac{\pi}{2}$ و لتكن F صورة D بالدوران الذي مركزه C وزاويته $\frac{\pi}{2}$.

أ/أحسب z_E , z_F لحقي النقطتين E و F .

ب/أنشئ النقطتين E و F.

4. تحقق من أن : $\frac{z_F-z_A}{z_E-z_A}=i$ ثم استنتج طبيعة المثلث AEF .

التمرين الرابع: (7 نقط)

I- لتكن الدالة g المعرفة على $\mathbb{R}$ ب: $g(x)=e^x+2-x$.

1. أدرس تغيرات الدالة g .
2. استنتج لكل عدد حقيقي x : $g(x)>0$.

II- نعتبر الدالة f المعرفة على $\mathbb{R}$ بـــ : $f(x)=x+(x-1)e^{-x}$.

(C) تمثيلها المبياني في مستوى منسوب إلى معلم متعامد ممنظم $(o , \vec{i} , \vec{j})$.

1. بين أنه لكل x من $\mathbb{R}$: $f'(x)=e^{-x}g(x)$.
2. أدرس تغيرات الدالة f .
3. بين أن المعادلة $f(x)=0$ تقبل في $\mathbb{R}$ حلا وحيدا α حيث: $0<\alpha<\frac{1}{2}$.
4. أ/ أثبت أن المستقيم (Δ) ذو المعادلة $y=x$ مقارب مائل ل (C) بجوار $+\infty$.

ب/ادرس الوضع النسبي ل (C) و (Δ).

5. ارسم (Δ) و (C) .
6. نرمز ب $A(\alpha)$ إلى مساحة الحيز المحدد بالمنحنى (C) و المستقيم (Δ) و المستقيمين الذين معادلتهما: $x=0$ و $x=\alpha$.

أ/تحقق أن من أجل كل عدد حقيقي x : $f(x)-x=1+e^{-x}-f'(x)$.

ب/أثبت أن : $A(\alpha)=\frac{\alpha^2}{1-\alpha}$.