

تمرين 1: أدرس اتصال الدوال التالية في العدد a .

$$a=1 \text{ و } \begin{cases} f(x) = \frac{x^3-1}{x-1}; x \neq 1 \\ f(1) = 3 \end{cases} \quad (1)$$

$$a=0 \text{ و } \begin{cases} f(x) = \sqrt{x+1}; x \geq 0 \\ f(x) = \frac{x}{x^2+x}; x < 0 \end{cases} \quad (2)$$

$$a=2 \text{ و } \begin{cases} f(x) = \frac{x^2-4}{x-2}; x > 2 \\ f(x) = \frac{2x-4}{\sqrt{2x-2}}; x < 2 \\ f(2) = 4 \end{cases} \quad (3)$$

تمرين 2: نعتبر الدالة المحددة f المعرفة بما يلي:

$$f(x) = 3x^4 - 4x^3 - 1$$

(1) حدد: $f([1, +\infty[)$ و $f(]-\infty, 1])$ ثم استنتج $f(\mathbb{R})$.

(2) بين أن المعادلة: $f(x) = 0$ تقبل حلا وحيدا α في

$$[1, +\infty[$$

(3) بين أن: $1 \leq \alpha \leq 2$.

تمرين 3: نعتبر الدالة المحددة f المعرفة بما يلي:

$$\begin{cases} f(x) = x^3 - 1; x \leq 1 \\ f(x) = \frac{x-1}{\sqrt{x+3}} - 4; x > 1 \end{cases}$$

(1) بين أن: f متصلة على \mathbb{R} .

(2) لتكن g قصور الدالة f على المجال: $]-\infty, 1]$.

a. بين g تقبل دالة عكسية g^{-1} معرفة على

مجال J يجب تحديده.

b. حدد $g^{-1}(x)$ لكل x من J .

(3) حدد: $f(]-\infty, 1])$ و $f([1, +\infty[)$ ثم استنتج $f(\mathbb{R})$.

$$\text{(لاحظ أن: } \frac{x-1}{\sqrt{x+3}-2} = \sqrt{x+3} + 2 \text{)}$$

(4) بين أن المعادلة $g(x) = 3x - 5$ تقبل حلا وحيدا α في

$$[1, +\infty[$$

تمرين 4:

لتكن f دالة متصلة على مجال $[a, b]$ بحيث: $\begin{cases} f(a) < ab \\ f(b) > b^2 \end{cases}$

بين أنه: $\exists c \in [a, b]: f(c) = bc$

يمكن استعمال مرهنة القيم الوسطية للدالة

$$g(x) = f(x) - bx$$

تمرين 5:

لتكن f الدالة العددية المعرفة بما يلي:

$$f(x) = \sqrt[3]{x^2} - 2\sqrt[3]{x} + 1$$

(1) حدد مجموعة تعريف الدالة f .

(2) بين أن: $\forall x \in D_f: f(x) = (\sqrt[3]{x} - 1)^2$.

(3) أدرس تغيرات الدالة f على كل من المجالين:

$[0, 1]$ و $[1, +\infty[$ بدون استعمال الدالة المشقة.

(4) لتكن g قصور f على المجال $I = [1, +\infty[$.

a. بين أن g تغالب من I نحو مجال J يجب تحديده.

b. حدد $g^{-1}(x)$ لكل x من J .

c. أعط جدول تغيرات الدالة العكسية g^{-1} .

تمرين 6: حل في \mathbb{R} المعادلات التالية:

$$(1) \sqrt{\sqrt{x-1}} = \sqrt[4]{1-x}$$

$$(2) \left(\frac{\sqrt[3]{x-1}}{\sqrt[3]{x+1}} \right)^3 = -27$$

$$(3) \sqrt[3]{1-x} + \sqrt[3]{1+x} = 2$$

تمرين 7: بسك ما يلي:

$$(1) A = \frac{\sqrt{6^4 12}}{\sqrt[5]{2} \sqrt[3]{3}}$$

$$(2) B = \frac{\sqrt[3]{\frac{a}{b}} \sqrt[6]{ab}}{\left(\sqrt[4]{a} \right)^3 \left(\frac{2}{b^3} \right)^{\frac{1}{2}}}$$

تمرين 8:

(1) بسط العددين التاليين:

$$A = 2\sqrt[3]{6561} - 5\sqrt[3]{27} - 3\sqrt[3]{256}$$

$$B = \frac{\sqrt[3]{4 \times \sqrt{8} \times (\sqrt[3]{\sqrt{2}})^2}}{\sqrt[3]{4}}$$

(2) a - فارن العددين: $\sqrt[3]{2}$ و $\sqrt[3]{3}$

b - فارن الأعداد: $\sqrt[3]{3}$ و $\sqrt[3]{7}$ و $\sqrt[3]{10}$.

اللي دار السنة بالكلمة دابا يكلم النمار