الدوال الأسية

ثانوية أيت إعزة التأهيلية	2ع ت	السلسلة رقم 8

تمرين 1: احسب النهايات التالية :

$\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{e^x}{\sqrt{x}}$ و $\lim\limits_{x\to-\infty}\sqrt[3]{x}\,e^x$ و $\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{e^x+e^{-x}}{e^x+x^2}$ و $\lim\limits_{x\to-\infty}x\left(e^x\right)^2$

و $\lim\limits_{x\to0}\dfrac{\ln(1+x)}{e^x-1}$ و $\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{\ln(1+x^2)}{e^x}$ و $\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{\sqrt{\ln(1+x^2)}}{e^x}$ و

$\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{\ln x+2x}{2e^x-x^2}$ و $\lim\limits_{x\to+\infty}\ln x-e^{2x}$ و $\lim\limits_{x\to+\infty}e^x-e^{2x}$.

ꕥꕥꕥ

تمرين 2: احسب مشتقة الدالة f في الحالات التالية :

1. $f(x)=xe^x$.
2. $f(x)=\dfrac{xe^x}{x+1}$.
3. $f(x)=\dfrac{e^x-1}{\ln x}$.
4. $f(x)=\sqrt{e^x-e^{2x}}$.

ꕥꕥꕥ

تمرين 3: نعتبر الدالة $f(x)=\dfrac{e^x}{e^x+1}$.

1. حدد Df ثم احسب ن.م.م.ت.
2. ادرس تغيرات f .
3. ادرس الفروع اللانهائية ل Cf .
4. أدرس تقعر و تحدب Cf .
5. أنشئ Cf .

ꕥꕥꕥ

تمرين 4: نعتبر الدالة العددية f المعرفة على $\Re$ بما يلي:

$$\begin{cases} f(x)=e^{2x}-2e^x & ; x\le 0 \\ f(x)=x^2\ln x-\dfrac{x^2}{2}-1 & ; x>0 \end{cases}.$$

1. بين أن f متصلة في $x_0=0$.
2.
3. احسب $\lim\limits_{x\to-\infty}f(x)$ و أعط تأويلا هندسيا للنتيجة.
4. احسب $\lim\limits_{x\to+\infty}f(x)$ ثم حدد الفرع اللانهائي ل C_f جوار $+\infty$.
5. أدرس اشتقاق f في $x_0=0$ على اليمين و على اليسار و أول النتيجة هندسيا.
6. بين أن : $\begin{cases} f'(x)=2e^x\left(e^x-1\right) & ; x\le 0 \\ f'(x)=2x\ln x & ; x>0 \end{cases}$ ثم ادرس تغيرات f .
7. بين أن النقطة $I\left(-\ln 2;\dfrac{-3}{4}\right)$ نقطة انعطاف ل C_f .
8. أنشئ C_f .
9. ليكن g قصور الدالة f على المجال $]-\infty;0]$.
   - **9.1** بين أن g تقابل نحو مجال J يجب تحديده.
   - **9.2** أنشئ في نفس المعلم Cg^{-1} .

ꕥꕥꕥ

تمرين 5: نعتبر الدالة العددية f المعرفة على $\Re$ بما يلي:

$$f(x)=x+\ln\left(\left|e^x-1\right|\right).$$

1. تحقق أن $D_f=\Re^*$.
2. احسب ما يلي : $f(-\ln 2)$ و $f\left(\ln\left(\dfrac{1+\sqrt{5}}{2}\right)\right)$ و $\lim\limits_{x\to+\infty}f(x)$ و $\lim\limits_{x\to-\infty}f(x)$.
3. احسب $\lim\limits_{x\to0}f(x)$ و أول النتيجة المحصل عليها هندسيا.
4. بين أن المستقيم ذا المعادلة $y=x$ مقارب للمنحنى C_f جوار $+\infty$.
5. بين أن المستقيم ذا المعادلة $y=2x$ مقارب للمنحنى C_f جوار $-\infty$.
6. بين أن : $\forall x\in Df : f'(x)=\dfrac{2e^x-1}{e^x-1}$ ثم ادرس تغيرات f .
7. ادرس تقعر المنحنى C_f .
8. حدد معادلة للمستقيم المماس للمنحنى C_f في النقطة ذات الأفصول $\ln\left(\dfrac{1+\sqrt{5}}{2}\right)$.
9. أنشئ C_f .
10. ليكن g قصور الدالة f على المجال $]0,+\infty[$
    - **10.1** بين أن g تقابل نحو مجال J يجب تحديده.
    - **10.2** حدد $g^{-1}(x)$ لكل $x\in J$.

ꕥꕥꕥ

تمرين 6: نعتبر المتتالية العددية (U_n) المعرفة بما يلي :

$$\begin{cases} U_0=e \\ U_{n+1}=\sqrt{U_n} \end{cases}$$

لتكن (V_n) المتتالية المعرفة بما يلي : $\forall n,\quad V_n=\ln(U_n)$.

1. بين أن : $\forall n\in\aleph : 1<U_n$.
2. أدرس رتابة (U_n) و استنتج أن (U_n) متقاربة.
3. لتكن (V_n) المتتالية المعرفة بما يلي $\forall n,V_n=\ln(U_n)$
   - **3.1** بين أن (V_n) هندسة محددا عناصرها.
   - **3.2** احسب V_n بدلالة n ثم استنتج أن $\forall n\in\aleph : U_n=e^{\frac{1}{2^n}}$.
   - **3.3** احسب $\lim U_n$.
   - **3.4** احسب $S_n=V_0+V_1+\ldots+V_{n-1}$ بدلالة n و استنتج $P_n=U_0\times U_1\times\ldots\times U_{n-1}$ بدلالة n

ꕥꕥꕥ

من يعش في خوف لن يكون حرا أبدا

www.nacermaths.com

الأستاذ : نـــاصر ب.