



7	المعامل	NS22	الرياضيات	المادة
3	ملاك الإمتحان	شعبة العلوم التجريبية بمسالكها وشعبة العلوم والتكنولوجيا بمسالكها		التشعب (ة) أو المعلمات

- يسمح باستعمال الآلة الحاسبة غير القابلة للبرمجة ؛
- مدة إنجاز موضوع الامتحان : 3 ساعات ؛
- عدد الصفحات : 3 صفحات ( الصفحة الأولى تتضمن معلومات والصفحتان المتبقيتان تتضمنان تمارين الامتحان )؛
- يمكن للمتروشح إنجاز تمارين الامتحان حسب الترتيب الذي يناسبه ؛
- ينبغي تفادي استعمال اللون الأحمر عند تحرير الأجوبة ؛
- بالرغم من تكرار بعض الرموز في أكثر من تمرين ، فكل رمز مرتبط بالتمرين المستعمل فيه ولا علاقة له بالتمارين السابقة أو اللاحقة .

يتكون الموضوع من أربعة تمارين مستقلة فيما بينها و تتوزع حسب المجالات كما يلي :

التمرين	المجال	النقطة الممنوحة
التمرين الأول	حل معادلات ومتراجحات لوغاريتمية	2.5
التمرين الثاني	المتتاليات العددية	3
التمرين الثالث	الأعداد العقدية	5
التمرين الرابع	دراسة دالة وحساب التكامل	9.5

- بالنسبة للتمرين الأول ،  $\ln$  يرمز للوغاريتم النبري .

## الواجب

## التمرين الأول

- (1) أ - حل في  $IR$  المعادلة :  $x^2 + 4x - 5 = 0$  . 0.5
- ب - حل في المجال  $]0, +\infty[$  المعادلة :  $\ln(x^2 + 5) = \ln(x + 2) + \ln(2x)$  . 1
- (2) حل في المجال  $]0, +\infty[$  المتراجحة :  $\ln x + \ln(x + 1) \geq \ln(x^2 + 1)$  . 1

## التمرين الثاني

- تعتبر المتتالية العددية  $(u_n)$  المعرفة بما يلي :  $u_0 = 1$  و  $u_{n+1} = \frac{u_n}{5 + 8u_n}$  لكل  $n$  من  $IN$  .
- (1) بين بالترجع أن  $u_n > 0$  لكل  $n$  من  $IN$  . 0.5
- (2) نضع :  $v_n = \frac{1}{u_n} + 2$  لكل  $n$  من  $IN$  .
- أ - بين أن  $(v_n)$  متتالية هندسية أساسها 5 ثم اكتب  $v_n$  بدلالة  $n$  . 1.5
- ب - بين أن  $u_n = \frac{1}{3 \times 5^n - 2}$  لكل  $n$  من  $IN$  ثم احسب نهاية المتتالية  $(u_n)$  . 1

## التمرين الثالث

- (1) حل في مجموعة الأعداد العقدية  $\mathbb{C}$  المعادلة :  $z^2 - 18z + 82 = 0$  . 1
- (2) نعتبر ، في المستوى العقدي المنسوب إلى معلم متعامد منظم مباشر  $(O, \vec{u}, \vec{v})$  ، النقط  $A$  و  $B$  و  $C$  التي أبحاثها على التوالي هي :  $a = 9 + i$  و  $b = 9 - i$  و  $c = 11 - i$  .
- أ - بين أن  $\frac{c-b}{a-b} = -i$  ثم استنتج أن المثلث  $ABC$  قائم الزاوية ومتساوي الساقين في  $B$  . 1
- ب - أعط الشكل المثلثي للعدد العقدي  $4(1-i)$  . 0.5
- ج - بين أن  $(c-a)(c-b) = 4(1-i)$  ثم استنتج أن  $AC \times BC = 4\sqrt{2}$  . 1
- د - ليكن  $z$  لحق نقطة  $M$  من المستوى و  $z'$  لحق النقطة  $M'$  صورة  $M$  بالدوران  $R$  الذي مركزه النقطة  $B$  وزاويته  $\frac{3\pi}{2}$  . 1.5
- بين أن :  $z' = -iz + 10 + 8i$  ثم تحقق من أن لحق النقطة  $C'$  صورة النقطة  $C$  بالدوران  $R$  هو  $9 - 3i$  .



I - تعتبر الدالة العددية  $g$  المعرفة على  $\mathbb{R}$  بما يلي :  $g(x) = (1-x)e^x - 1$  .

(1) أ - بين أن :  $g'(x) = -xe^x$  لكل  $x$  من  $\mathbb{R}$  . 0.5

ب - بين أن الدالة  $g$  تناقصية على  $[0, +\infty[$  وتزايدية على  $]-\infty, 0]$  و تحقق من أن  $g(0) = 0$  . 0.75

(2) استنتج أن :  $g(x) \leq 0$  لكل  $x$  من  $\mathbb{R}$  . 0.5

II - لتكن  $f$  الدالة العددية المعرفة على  $\mathbb{R}$  بما يلي :  $f(x) = (2-x)e^x - x$  .

وليكن  $(C)$  المنحنى الممثل للدالة  $f$  في معلم متعامد ممنظم  $(O, \vec{i}, \vec{j})$  (الوحدة 1cm) .

(1) أ - بين أن :  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = -\infty$  . 0.5

ب - بين أن :  $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{f(x)}{x} = -\infty$  ثم استنتج أن المنحنى  $(C)$  يقبل فرعا شلجيميا بجوار  $+\infty$  يتم تحديده اتجاهه . 0.75

(2) أ - بين أن :  $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = +\infty$  ثم احسب  $\lim_{x \rightarrow 0} [f(x) + x]$  (نذكر أن :  $\lim_{x \rightarrow -\infty} xe^x = 0$ ) . 0.75

ب - بين أن المستقيم  $(D)$  الذي معادلته  $y = -x$  مقارب مائل للمنحنى  $(C)$  بجوار  $-\infty$  . 0.25

(3) أ - بين أن :  $f'(x) = g(x)$  لكل  $x$  من  $\mathbb{R}$  . 0.5

ب - أول هندسيا النتيجة  $f'(0) = 0$  . 0.25

ج - بين أن الدالة  $f$  تناقصية قطعا على  $\mathbb{R}$  ثم ضع جدول تغيرات الدالة  $f$  . 0.5

(4) بين أن المعادلة  $f(x) = 0$  تقبل حلا وحيدا  $\alpha$  في  $\mathbb{R}$  وأن  $2 < \alpha < \frac{3}{2}$  (تقبل أن  $e^{\frac{1}{2}} > 3$ ) . 0.5

(5) أ - حل في  $\mathbb{R}$  المعادلة  $f(x) + x = 0$  واستنتج أن  $(C)$  و  $(D)$  يتقاطعان في النقطة  $A(2, -2)$  . 0.5

ب - ادرس إشارة  $f(x) + x$  على  $\mathbb{R}$  . 0.25

ج - استنتج أن  $(C)$  يوجد فوق  $(D)$  على  $]-\infty, 2[$  وتحت  $(D)$  على  $]2, +\infty[$  . 0.25

(6) أ - بين أن المنحنى  $(C)$  يقبل نقطة انعطاف وحيدة زوج إحداثيتها هو  $(0, 2)$  . 0.5

ب - أثنى المستقيم  $(D)$  والمنحنى  $(C)$  في نفس المعظم  $(O, \vec{i}, \vec{j})$  . 1

(7) أ - باستعمال مكاملة بالأجزاء بين أن  $\int_{-1}^0 (2-x)e^x dx = 3 - \frac{4}{e}$  . 1

ب - استنتج ب  $cm^2$  مساحة حيز المستوى المحصور بين المنحنى  $(C)$  والمستقيم  $(D)$  والمستقيمين 0.25

اللذين معادلتاهما  $x = 0$  و  $x = -1$  .