

حل تمارين القوى

حل التمرين الأول:

$$A = \left[\left(-\frac{3}{2} \right)^{-1} - \left(\frac{2}{3} \right)^2 \right]^{-2}$$

$$= \left[\left(-\frac{2}{3} \right)^1 - \frac{2^2}{3^2} \right]^{-2}$$

$$= \left(-\frac{2}{3} - \frac{4}{9} \right)^{-2}$$

$$= \left(\frac{-6-4}{9} \right)^{-2}$$

$$= \left(\frac{-10}{9} \right)^{-2}$$

$$= \left(\frac{9}{-10} \right)^2$$

$$= \left(\frac{9}{10} \right)^2$$

$$= \frac{99}{100}$$



هـ

من أجل ترسيخ الأفكار و تثبيت المعلومات في الذاكرة، فنتقل ذاكرتك من ذاكرة قصيرة المدى إلى ذاكرة بعيدة المدى عليك أن تسير على النحو التالي :

- 1- قم بتجميع عدد الخاصيات و التعاريف و المعلومات و اقرأها جيدا حتى تترسخ عندها.
- 2- بعد 25 دقيقة قم بمراجعة جميع المعلومات التي قرأتها في الأول
- 3- قم بمراجعة المعلومات المحصلة بعد 24 ساعة
- 4- قم بمراجعتها 5 مرات موزعة على 3 أيام

هذه التقنية للتذكر و التعليم تلقن الآن في أكبر الجامعات الأمريكية و الأربية و قد أعطت نتائج باهرة مع الأغلبية الساحقة لطلاب و في مختلف أسلاك التعليم.

$$= \frac{16}{100}$$

$$= 0,16$$

$$C = 1,02 \times 10^{-11} \times \frac{1}{0,051} \times 10^4$$

$$= 1,02 \times 10^{-11} \times \frac{1}{51 \cdot 10^{-3}} \times 10^4$$

$$= 1,02 \times \frac{1}{51} \times 10^{-11} \times 10^3 \times 10^4$$

$$= \frac{1,02}{51} \times 10^{(-11 + 3+4)}$$

$$= 0,02 \times 10^{-4}$$

$$= 2 \times 10^{-2} \times 10^{-4}$$

$$= 2 \times 10^{-6}$$

حل التمرين الثاني :

$$D = \left[\left(\frac{15}{3} \right)^2 \times \left(\frac{3}{4} \right)^{-2} \times \left(\frac{15}{4} \right)^3 \right]$$

$$= \frac{(15)^2}{3^2} \times \left(\frac{4}{3} \right)^2 \times \frac{15^3}{4^3}$$

$$= \frac{(15)^2 \times (15)^3 \times 4^2}{3^2 \times 3 \times 4^3}$$

تذكير من أجل حل B

$$0,3 = 3 \cdot 10^{-3} = \frac{3}{10}$$

$$0,81 = 81 \cdot 10^{-2} = \frac{81}{100}$$

رقمين بعد الفاصلة

$$0,0037 = 37 \cdot 10^{-4} = \frac{37}{10000}$$

4 أرقام بعد الفاصلة

$$10^m \times 10^n = 10^{m+n}$$

$$\frac{1}{10^n} = 10^{-n} \quad \text{تغير الإشارة } <=$$

$$B = 0,064 \times 0,0002 \times 10^2 \times \frac{1}{0,008}$$

$$= 64 \times 10^{-3} \times 2 \cdot 10^{-4} \times 10^2 \times \frac{1}{8 \cdot 10^{-3}}$$

$$= 64 \times 2 \times 10^{-3} \times 10^{-4} \times 10^2 \times \frac{1}{8} \times 10^3$$

$$= 16 \times 10^{-2}$$

$$= \frac{16}{10^2}$$

$$= 250 \times 10^{-18}$$

نعوض إذن :

$$x + y = -0,124 \times 10^{-18} + 250 \times 10^{-18}$$

نعمل ب 10^{-18}

$$x + y = 10^{-18}(-0,124 + 250)$$

$$= 249,876 \cdot 10^{-18}$$

$$x - y = -0,124 \cdot 10^{-18} - 250 \cdot 10^{-18}$$

$$= 10^{-18}(-0,124 - 250)$$

$$= -250,124 \cdot 10^{-18}$$

حل التمرين الرابع :

$$x^{4010} = (x^2)^{2005}$$

لدينا

$$x^{4010} + y^{4010} = (x^2 + y^2)(xy)^{2005}$$

$$\frac{x^{4010} + y^{4010}}{(xy)^{2005}} = \frac{x^2 + y^2}{(xy)}(xy)^{2005}$$

$$\frac{x^{4010}}{(xy)^{2005}} + \frac{y^{4010}}{(xy)^{2005}} = \frac{x^2 + y^2}{xy}$$

$$= \frac{15^5}{3^3}$$

$$= \frac{(3 \times 5)^5}{3^3}$$

تذكير $[a^n; a^m = a^{n-m}]$

$$= \frac{3^5 \times 5^5}{3^3}$$

$$D = 3^2 \cdot 5^5$$

حل التمرين الثالث :

$$x \times y = -12,4 \times 10^{-20} \times 2,5 \times 10^{-16}$$

$$= -12,4 \times 2,5 \times 10^{-20} \times 10^{-16}$$

$$= -31 \times 10^{[-20+(-16)]}$$

$$= -31 \times 10^{-36}$$

يجب كتابة $x + y = a \times 10^n$ على شكل

إذن الهدف هو الوصول إلى أساس موجب بين 10^{-20} و 10^{-16}

إذن نبحت عن حل على شكل $x + y = a \times 10^{18}$

$$x + y = -12,4 \times 10^{-20} + 2,5 \times 10^{-16}$$

$$-12,4 \times 10^{-20} = -12,4 \times 10^{-2} \times 10^{-18}$$

$$= -0,124 \times 10^{-18}$$

$$2,5 \times 10^{-16} = 2,5 \times 10^2 \times 10^{-18}$$

$$a^2 - b^2 = (a - b)(a + b)$$

$$5555^2 - 3333^2 = (5555 - 3333)(5555 + 3333)$$

$$= 2222 \times 8888$$

$$= 2222 \times (2 \times 4444)$$

$$= (2222 \times 2) \times 4444$$

$$= 4444 \times 4444$$

$$= 4444^2$$

$$(999999)^2 + (2000)^2 = (1000001)^2 \quad \text{2- بنفس الطريقة نبين أن}$$

$$(1000001)^2 - (999999)^2 = (1000001 - 999999)(1000001 + 999999)$$

$$= 2 \times 2000000$$

$$\underbrace{30 \dots \dots \dots 0}_{n \text{ مرة}} = 3 \times 10^n \quad \text{لاحظ أن}$$

$$= 2 \times 2 \times 10^6$$

$$= 2 \times 10^6$$

$$= 2^2 \times (10^3)^2$$

$$= (2 \times 10^3)^2$$

$$= (2000)^2$$

$$\frac{(x^2)^{2005}}{(xy)^{2005}} + \frac{(y^2)^{2005}}{(xy)^{2005}} = \frac{x^2}{xy} + \frac{y^2}{xy}$$

$$\left(\frac{x^2}{xy}\right)^{2005} + \left(\frac{y^2}{xy}\right)^{2005} = \frac{x}{y} + \frac{y}{x}$$

$$\left(\frac{x}{y}\right)^{2005} + \left(\frac{y}{x}\right)^{2005} = \frac{x}{y} + \frac{y}{x}$$

$$\text{2- لاحظ أن } \frac{y}{x} = 2$$

إذن نأخذ $x = 1$ و $y = 2$ ثم نعوض في العلاقة (1) <=

$$\left(\frac{1}{2}\right)^{2005} + \left(\frac{2}{1}\right)^{2005} = \frac{1}{2} + \frac{2}{1}$$

$$2^{-2005} + 2^{2005} = \frac{3}{2}$$

إذن

حل التمرين الخامس:

$$3333^2 + 4444^2 = 5555^2$$

1- نبين أن

$$5555^2 - 3333^2 = 4444^2$$

إذن يكفي أن نبين أن

و ذلك بغية تطبيق المتطابقة الهامة

$$\frac{1}{9} - \frac{1}{8} = -\frac{1}{72}$$

$$= (9(-\frac{1}{72}) \times \frac{4}{1})^{-2}$$

$$= (-\frac{36}{72})^{-2}$$

$$= (-\frac{1}{2})^{-2}$$

$$= (\frac{2}{1})^2$$

$$B = 4$$

$$C = \frac{3(a^{-2})^3 \times (ab^2)^3 \times (ab)^{-1}}{(a^3b^5)^2 \times a^3b^{-4}} \quad [x^m \times x^n = x^{m+n}; (x^m)^n = x^{mn}]$$

$$= \frac{3(\frac{1}{a})^3 \times (\frac{1}{ab})^3 \times \frac{1}{ab}}{\frac{1}{(a^3b^5)^2} \times a^3 \frac{1}{b^4}} = \frac{\frac{3}{a^6} \times \frac{1}{a^3b^6} \times \frac{1}{ab}}{\frac{1}{a^6b^{10}} \times \frac{a^3}{b^4}}$$

$$= \frac{3}{\frac{a^6 \times a^3 \times a \times b^6 \times b}{a^3}} = \frac{3}{a^6 \times b^{10} \times b^4}$$

حل التمرين السادس:

$$A = \frac{a^n \times b - a^{n+1}}{b^n \times a - b^{n+1}} \times (\frac{a}{b})^{-n}$$

$$= \frac{a^n \times b - a^{n+1}}{b^n \times a - b^{n+1}} \times (\frac{b}{a})^n$$

$$= \frac{(a^n \times b - a^{n+1}) \times b^n}{(b^n \times a - b^{n+1}) \times a^n}$$

$$= \frac{a^n b^{n+1} - a^{n+1} b^n}{a^{n+1} b^n - a^n b^{n+1}}$$

$$= -1$$

$$B = (\frac{3^2(3^{-2} - 2^{-3})}{2^{-2}})^{-2}$$

نذكر بأن $[a^{-n} = \frac{1}{a^n}]$

$$= (\frac{3^2(\frac{1}{3^2} - \frac{1}{2^3})}{\frac{1}{2^2}})^{-2} = (\frac{9(\frac{1}{9} - \frac{1}{8})}{\frac{1}{4}})^{-2}$$

الفكرة هي البحث عن أصغر أس للعدد D

$$D^8 = \frac{2^8}{6561}$$

$$D^3 = \frac{D^8}{D^5}$$

لدينا

$$D^3 = \frac{D^8}{D^5} = \frac{6561}{2^5}$$

$$= \frac{2^8}{6561} \times \frac{243}{2^5}$$

$$= \frac{2^8}{2^5} \times \frac{243}{6561}$$

$$[\frac{6561}{243} = 27 \text{ لدينا}]$$

بعد الإختزال

$$= 2^3 \times \frac{1}{27} = \frac{2^3}{27}$$

$$= \frac{2^3}{3^3} = \left(\frac{2}{3}\right)^3 \quad [\text{لاحظ أن } 27 = 3^3]$$

$$D^3 = \left(\frac{2}{3}\right)^3$$

إذن

$$D = \frac{2}{3}$$

يعني

$$= \frac{3}{a^{10} \times b^7} \times \frac{a^6 b^{14}}{a^3}$$

$$\left[\frac{x^m}{x^n} = x^{m-n}; x^{-n} = \frac{1}{x^n} \right]$$

$$= \frac{3 a^6 \times b^{14}}{a^{13} \times b^7}$$

$$= 3 \left(\frac{a^6}{a^{13}}\right) \times \left(\frac{b^{14}}{b^7}\right)$$

$$= 3 a^{6-13} \times b^{14-7}$$

$$= 3 a^{-7} \times b^7 = 3 \frac{1}{a^7} \cdot b^7$$

$$C = 3 \left(\frac{b}{a}\right)^7$$

حل التمرين السابع:

$$D^5 = \frac{32}{243}$$

$$[\text{لاحظ أن } 256 = 2^8 \text{ و } 32 = 2^5]$$

$$D^5 = \frac{2^5}{243}$$

إذن

$$2^{n+1} = 7 \times 2^{n+1} - 10 \times 2^n$$

لدينا

$$= 7(7 \times 2^n - 10 \times 2^{n-1}) - 10 \times 2^n$$

$$= 49 \times 2^n - 70 \times 2^{n-1} - 10 \times 2^n$$

$$= 39 \times 2^n - 70 \times 2^{n-1}$$

$$2^{n+1} = 39 \times 2^n - 70 \times 2^{n-1}$$

إذن

حل التمرين الثامن

$$2^{n+2} = 7 \times 2^{n+1} - 10 \times 2^n$$

1- بين أن

$$7 \times 2^{n+1} - 10 \times 2^n = \frac{7}{2} \times 2 \times 2^{n+1} - \frac{10}{2 \times 2} \times 2 \times 2 \times 2^n$$

قمنا بذلك لرفع أس 2 إلى n+2 <=

$$7 \times 2^{n+1} - 10 \times 2^n = \frac{7}{2} \times 2^{n+2} - \frac{10}{4} \times 2^{n+2}$$

$$= \left(\frac{7}{2} - \frac{10}{4}\right) \times 2^{n+2} = \left(\frac{7}{2} - \frac{5}{2}\right) \times 2^{n+2}$$

$$= \frac{7-5}{2} \times 2^{n+2}$$

$$= 2^{n+2}$$

$$7 \times 2^{n+1} - 10 \times 2^n = 2^{n+2}$$

2- نطبق العلاقة إلى الحد n+1 نجد :

$$2^{n+1} = 7 \times 2^n - 10 \times 2^{n-1}$$