حل سلسلة تمارين : مبرهنة فيثاغورس - جيب تمام زاوية حادة

حل التمرين الأول

1) – حساب : AH .

لدينا : H المسقط العمودي للنقطة A على (BC) .

إذن : AHC مثلث قائم الزاوية في H .

و حسب مبرهن فيثاغورس المباشرة فإن :

$$AC^2 = AH^2 + HC^2$$

أي :

$$\sqrt{7}^2 = AH^2 + 2^2$$

و منه فإن :

$$AH^2 = \sqrt{7}^2 - 2^2 = 7 - 4 = 3$$

و بما أن : $AH > 0$ فإن : $\boxed{AH = \sqrt{3}\ cm}$.

2) – حساب : BH .

لدينا : H المسقط العمودي للنقطة A على (BC) .

إذن المثلث AHB قائم الزاوية في H .

و حسب مبرهن فيثاغورس المباشرة فإن :

$$AB^2 = HA^2 + BH^2$$

أي :

$$\left(3\sqrt{2}\right)^2 = \sqrt{3}^2 + BH^2$$

و منه فإن :

$$BH^2 = \left(3\sqrt{2}\right)^2 - \sqrt{3}^2 = 18 - 3 = 15$$

و بما أن : $BH > 0$ فإن : $\boxed{BH = \sqrt{15}}$.

حل التمرين الثاني

أ) -- لنحسب : AB .

لدينا من خلال الشكل : ABH مثلث قائم الزاوية في H .

إذن حسب مبرهنة فيثاغورس المباشرة فإن : $AB^2 = HA^2 + HB^2$. أي :

$$AB^2 = 4^2 + 2^2 = 16 + 4 = 20$$

و بما أن : $AB > 0$ فإن : $AB = \sqrt{20}$ ، أي : $\boxed{AB = 2\sqrt{5}\ cm}$.

ب) -- لنحسب : AC .

لدينا من خلال الشكل : ACH مثلث قائم الزاوية في H .

إذن حسب مبرهنة فيثاغورس المباشرة فإن : $AC^2 = HA^2 + HC^2$. أي :

$$AC^2 = 4^2 + 8^2 = 16 + 64 = 80$$

و بما أن : $AC > 0$ فإن : $AC = \sqrt{80}$ ، أي : $\boxed{AC = 4\sqrt{5}\ cm}$.

حل التمرين الثالث

لنثبت أن : $AB^2 + AC^2 = DB^2 + DC^2$.

*/ لدينا من خلال الشكل ABC مثلث قائم الزاوية في A .

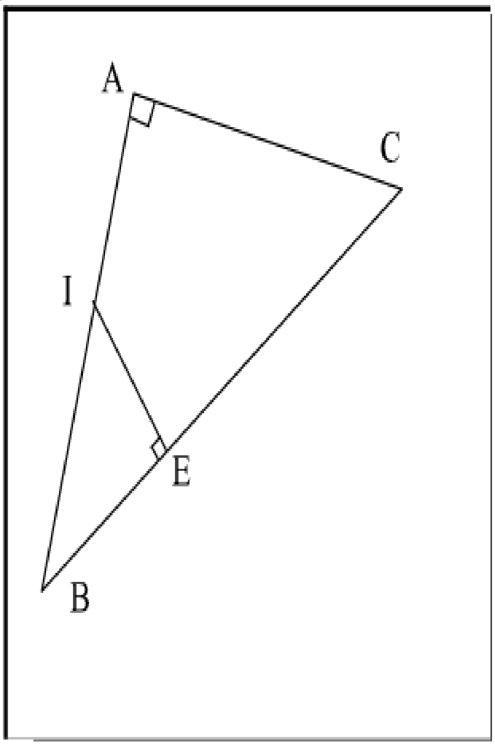
إذن حسب مبرهنة فيتاغورس المباشرة فإن : $BC^2 = AB^2 + AC^2$. ①

*/ و لدينا من خلال الشكل DBC مثلث قائم الزاوية في D .

إذن حسب مبرهنة فيتاغورس المباشرة فإن : $BC^2 = DB^2 + DC^2$. ②

و من ① و ② نستنتج أن : $\boxed{AB^2 + AC^2 = DB^2 + DC^2}$.

حل التمرين الرابع



① لنحسب BC ثم $Cos(A\hat{B}C)$

لدينا في المثلث القائم الزاوية ABC حسب مبرهنة فيتاغورس المباشرة :

$BC^2 = AB^2 + AC^2 = 8^2 + 6^2 = 64 + 36 = 100$ منه $BC = \sqrt{100} = 10\,cm$

منه : $Cos(A\hat{B}C) = \frac{AB}{BC} = \frac{8}{10} = \frac{4}{5}$

② لنحسب $Cos(A\hat{B}C)$ بطريقة أخرى ثم نحسب EB

لدينا في المثلث القائم الزاوية : IEB $Cos(A\hat{B}C) = \frac{BE}{BI}$

نستنتج إذن حسب السؤال السابق أن : $\frac{BE}{BI} = \frac{4}{5}$ أي : $\frac{BE}{4} = \frac{4}{5}$

($BI = \frac{AB}{2} = \frac{8}{2} = 4$ لأن I منتصف $[AB]$) بالتالي : $BE = \frac{4 \times 4}{5} = \frac{16}{5}$