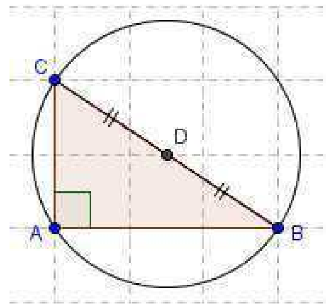
المستوى : الثانية إعدادي

المثلث القائم الزاوية

1 ـ المثلث القائم الزاوية والدائرة :

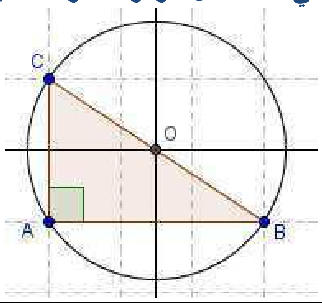
الخاصية 1 (المباشرة)

> إذا كان مثلث قائم الزاوية
> فإنه محاط بدائرة مركزها منتصف وتره



البرهان :

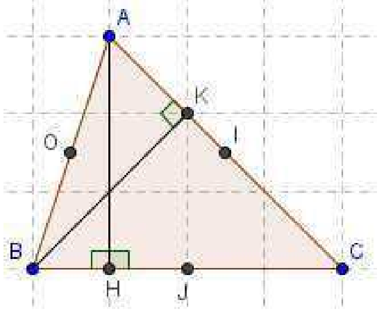
واسط القطعة $[A]$ يمر من منتصفها و يوازي (AC)
يمر من منتصف $[BC]$
واسط القطعة $[A]$ يمر من منتصفها و يوازي (AB)
يمر من منتصف $[BC]$
الواسطان يتقاطعان في النقطة O مركز الدائرة المحيطة بالمثلث .



تمرين : ABC مثلث
$[AH]$ و $[B]$ ارتفاعا المثلث .
1ـ أنشئ الشكل .
2 ـ أذكر دائرة تحيط بمثلث . ماذا تلاحظ ؟

الحل :

المثلث AHB قائم الزاوية في H
إذن محاط بالدائرة مركزها O
المثلث AKBقائم الزاوية في K وشعاعها OA
إذن محاط بنفس الدائرة .
وتوجد مثلثات أخرى ...



2 ـ الخاصية 2 (العكسية)

> إذا كان مثلث محاط بدائرة مركزها منتصف أحد أضلاعه
> فإنه مثلث قائم الزاوية المقابلة لهذا الضلع .

لدينا: $\widehat{A}_1 = \widehat{B}_1$ و $\widehat{A}_2 = \widehat{C}_2$ و مجموع زوايا مثلث180

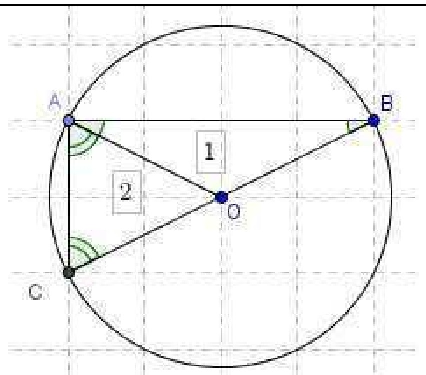
إذن : $\widehat{A}_1 + \widehat{B}_1 + \widehat{A}_2 + \widehat{C}_2 = 180°$

ومنه : $2\widehat{A}_1 + 2\widehat{A}_2 = 180°$

$2(\widehat{A}_1 + \widehat{A}_2) = 180°$

$B\widehat{A}C = \frac{180}{2} = 90°$

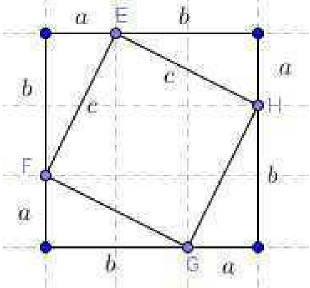
بالتالي : ABC مثلث قائم الزاوية في A



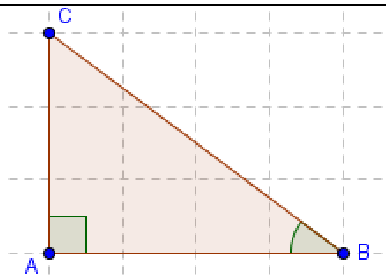
تمرين : Iمنتصف قطعة $[BC]$
و نقطة A بحيث $IA = IC$
1 ـ أنشئ الشكل.
2 ـ بين أن المثلث ABC قائم الزاوية .

الحل : Iمنتصف قطعة $[BC]$ إذن : $IB = IC$
و لدينا : $IA = IC$
النقطة I تبعد عن رؤوس المثلث ABC بنفس المسافة .
أي : المثلث ABC محاط بدائرة مركزها
Iمنتصف قطعة $[BC]$
وبالتالي المثلث ABC قائم الزاوية في A

3 – مبرهنة فيتاغورس (المباشرة)

خاصية : إذا كان ABC مثلث قائم الزاوية في A فإن : $AB^2 + AC^2 = BC^2$ مجموع مربعي طولي ضلعي الزاوية القائمة يساوي مربع طول الوتر .	
ـ أحسب مساحة المربع $EFGH$ بطريقتين مختلفتين الطريقة الأولى : $S = c^2$ الطريقة الثانية : $S = (a+b)^2 - 4.\frac{ab}{2}$ $S = a^2 + 2ab + b^2 - 2ab$ $S = a^2 + b^2$	إذن نستنتج أن : $a^2 + b^2 = c^2$
تمرين : ABC مثلث قائم الزاوية في A حيث : $AB = 3cm$ و $AC = 4cm$ 1ـ أحسب BC	الحـل : بما أن ABC مثلث قائم الزاوية في A فإن : $BC^2 = AB^2 + AC^2$ $BC^2 = 3^2 + 4^2$ $BC^2 = 9 + 16$ $BC^2 = 25$ وبالتالي : $BC = 5cm$

4 – جيب تمام زاوية حادة :

تعريف : خارج طول الضلع المحادي للزاوية $A\hat{B}C$ و طول الوتر في مثلث قائم الزاوية يسمى : جيب تمام الزاوية $A\hat{B}C$. ونكتب : $\cos A\hat{B}\,C = \frac{BA}{BC}$	
تمرين : ABC مثلث قائم الزاوية في A حيث : $AB = 3cm$ و $BC = 5cm$ 1 ـ أحسب $\cos A\hat{B}\,C$ 2 ـ أحسب $\cos A\hat{C}\,B$	الحـل : 1ـ ABC مثلث قائم الزاوية في A إذن : $\cos A\hat{B}\,C = \frac{3cm}{5cm} = 0.6$ 2 ـ $\cos A\hat{C}B = \frac{4cm}{5cm} = 0.8$
تمرين : ABC مثلث قائم الزاوية في A حيث : $AB = 6cm$ و $\cos A\hat{B}\,C = 0,6$ 1 ـ أحسب BC 2ـ أحسب AC	الحـل : 1 ـ $\cos A\hat{B}\,C = \frac{AB}{BC}$ $0,6 = \frac{6cm}{BC}$ ومنه : $BC = \frac{6cm}{0,6} = 10cm$ 2 ـ لدينا : $AB^2 + AC^2 = BC^2$ $6^2 + AC^2 = 10^2$ $AC^2 = 100 - 36 = 64$ $AC = 8cm$