

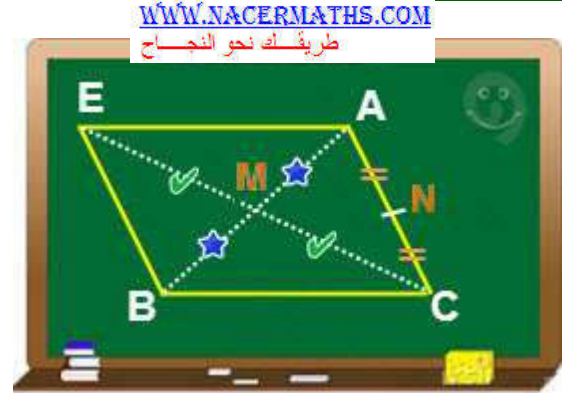
تمارين محلولة حول متوازي الأضلاع

التمرين 1:

ABC مثلث . M و N منتصفا [AB] و [AC] على التوالي.
E هي نظيرة النقطة C بالنسبة ل M . المستقيم (MN) يقطع (EB) في النقطة I.

1. أنشئ الشكل
2. بين أن ACBE متوازي الأضلاع
3. إستنتج أن (AC) يوازي (EB)
4. برهن أن I نظيرة N بالنسبة للنقطة M.
5. برهن أن CNIB متوازي الأضلاع
6. إستنتج أن (MN) يوازي (BC).

حل التمرين:



- 1 - برهن أن ACBE متوازي الأضلاع:
لدينا E نظيرة C بالنسبة الى M إذن M هو منتصف القطعة [EC] 1
لدينا حسب المعطيات : M هو منتصف القطعة [AB] 2
من خلال العلاقتين (1) و (2) نستنتج أن ACBE متوازي الأضلاع

2 - بين أن (EB) يوازي (AC):

بمأن ACBE متوازي الأضلاع إذن كل ضلعين متقابلين فيه يكونان متوازيان
و منه فإن (AC) يوازي (EB)

3 - برهن أن I مماثلة N بالنسبة ل M:



لدينا المستقيم (AC) يوازي (EB) و A و B متناظرتين بالنسبة للنقطة M

إذن نظير المستقيم (AC) بالنسبة ل M هو المستقيم (BE).
نظير المستقيم (IN) بالنسبة ل M هو نفسه
(AC) و (IN) يتقاطعان في N. و (EB) و (IN) يتقاطعان في I
إذن I هي نظيرة N بالنسبة ل M.

4 - نبرهن أن CNIB متوازي الأضلاع :

لدينا حسب السؤال السابق I نظيرة N بالنسبة ل M إذن M هو منتصف القطعة [NI]
و لدينا حسب المعطيات : M هو منتصف القطعة [AB]، نستنتج أن : ANBI متوازي الأضلاع
أي أن $IB=AN$ 1
بمأن N منتصف [AC] فإن : $NC=AN$ 2
من لال العلاقتين (1) و (2) نستنتج أن : $IB=NC$
 $IB = NC$ و (IB) يوازي (NC) تعني أن CNIB متوازي الأضلاع

5 - نبين أن (MN) يوازي (BC) :

بمأن CNIB متوازي الأضلاع إذن كل ضلعين متقابلين فيه يكونان متوازيان
و منه فإن (MN) يوازي (BC)

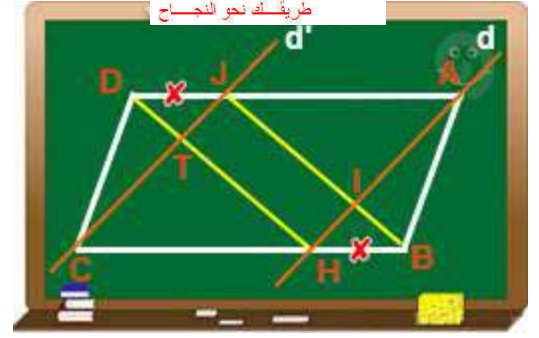


التمرين 2:

ACBD متوازي الأضلاع.
J نقطة من [AD] و H نقطة من [CB] حيث أن : $HB = DJ$
المستقيم (d) المار من A و H يقطع (JB) في I.
المستقيم (d') المار من J و C يقطع (DH) في T.

1. أنشئ الشكل
2. بين أن AHCJ متوازي الأضلاع
3. بين أن JBHD متوازي الأضلاع
4. أثبت أن : $JT = IH$

حل التمرين :



2- إثبات أن الرباعي AHCI متوازي أضلاع:

- لدينا J نقطة من (AD) و H نقطة من (CB) فإن (HC)//(AJ) (1)
 (2) $HC=AJ$ تعني أن: $HB + HC = AJ + DJ$ $DA = CB$
 من 1 و 2 حسب خاصية ضلعان متقابلان متقايسان وحاملهما متوازيان فإن: AHCI متوازي أضلاع.

3- إثبات أن الرباعي JBHD متوازي أضلاع:

- لدينا J نقطة من (AD) و H نقطة من (CB) فإن (DJ)//(HB) (1)
 حسب المعطيات لدينا: $HB = DJ$ (2)
 من 1 و 2 حسب خاصية ضلعان متقابلان متقايسان وحاملهما متوازيان فإن متوازي أضلاع

4- لإثبات أن $IH = JT$ يكفي إثبات أن JTHI متوازي أضلاع:

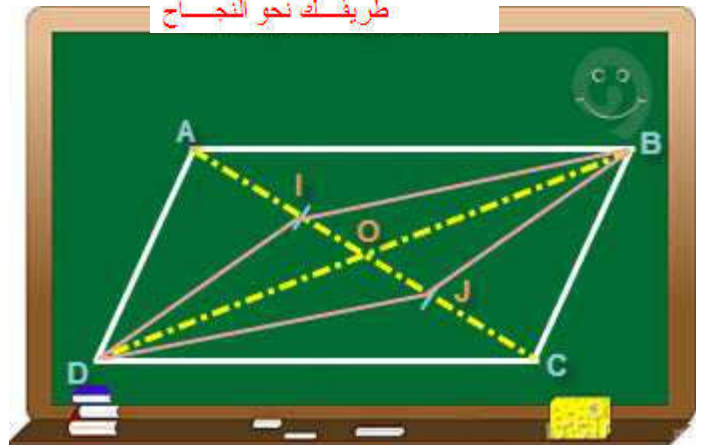
- لدينا I نقطة (BJ) من و T نقطة من (DH) إذن: (IJ)//(TH) (1)
 لدينا I نقطة من (AH) و T نقطة من (JC) إذن: (JT)//(IH) (2)
 من 1 و 2 حسب خاصية كل ضلعان متقابلان متوازيان فإن الرباعي JTHI متوازي أضلاع
 ومنه فإن: $JT = IH$.

التمرين 3:

ABCD متوازي الأضلاع مركزه O.
 على القطعة [AC]، أنشئ النقطتين I و J بحيث يكون $AI = IJ = CJ$

- برهن أن O منتصف [IJ]
- بين أن الرباعي DIBJ متوازي الأضلاع

حل التمرين:



1 - نبرهن أن O منتصف [IJ]:

لدينا ABCD متوازي الأضلاع مركزه O إذن O : هو منتصف القطعتين [AC] و [BD] ومنه فإن $AO=OC$: إذن : $AI+IO=OJ+JC$:
بمأن : $AI = CJ$: فإن : $IO=OJ$:
النقط I و O و J على استقامة واحدة إذن O : هو منتصف [IJ]

2 - نبين أن DIBJ متوازي الأضلاع:

لدينا ABCD متوازي الأضلاع إذن O : منتصف [BD] :
و لدينا حسب السؤال السابق : O منتصف [IJ]
و بالتالي الضلعان لهما نفس المنتصف
أي أن : DIBJ متوازي الأضلاع .

WWW.NACERMATHS.COM
طريقك نحو النجاح

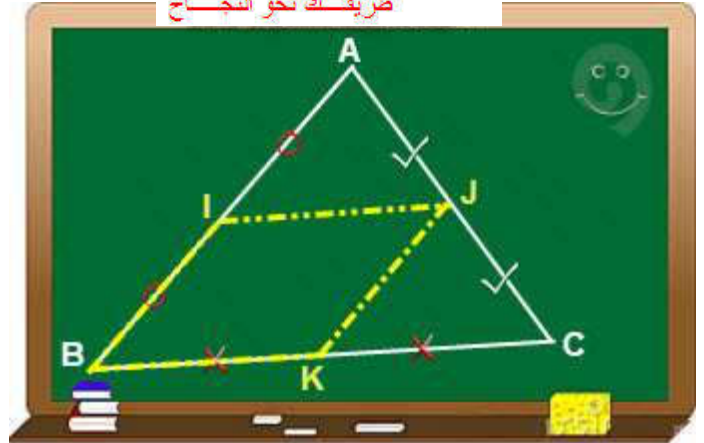
التمرين 4 :

ABC مثلث
I و J و K منتصفات [AB] و [AC] و [BC] على التوالي.

1. أنشئ الشكل
2. بين أن IJKB متوازي الأضلاع
3. بين أن : $IJ = 1/2 BC$

حل التمرين

WWW.NACERMATHS.COM
طريقك نحو النجاح



2- نبرهن أن IJKB متوازي الأضلاع :

لدينا I منتصف [AB] و J منتصف [AC] :
إذن : (IJ) يوازي (BC).
بمأن K تنتمي إلى (BC) نستنتج أن : (IJ) يوازي (BC) علاقة 1
لدينا I منتصف [AB] و J منتصف [AC] :
إذن : (JK) يوازي (AC). بمأن I تنتمي إلى (AB) :
نستنتج أن : (JK) يوازي (BI) علاقة 2
من خلال العلاقتين (1) و (2) نستنتج أن : IJKB متوازي أضلاع

3 - نبين أن : $IJ = 1/2 BC$

لدينا IJKB متوازي الأضلاع إذن : $BK = IJ$ علاقة 1
لدينا K منتصف [BC] إذن : $BC/2 = BK$ علاقة 2
من خلال العلاقتين (1) و (2) نستنتج أن : $IJ = 1/2 BC$

التمرين 5 :

[AB] قطعة منتصفها I

M نقطة لا تنتمي الى (AB)

(D) مستقيم يمر من A ويوازي (MB) و (Δ) مستقيم يمر من B ويوازي (MA)

(D) و (Δ) يتقاطعان في نقطة N

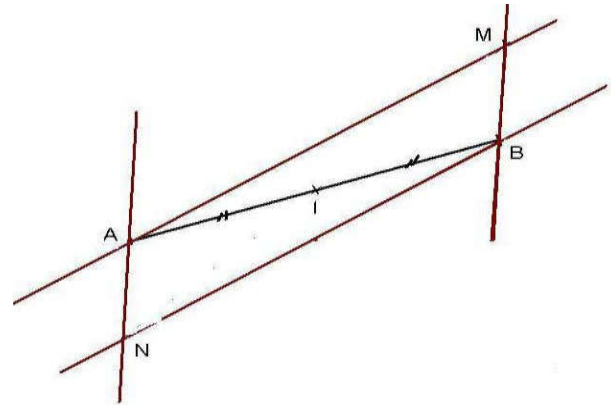
WWW.NACERMATHS.COM

طريقك نحو النجاح

1. أنجز شكلا مناسباً

2. بين أن [MN] منتصف [AB]

حل التمرين



في المضلع AMBN كل ضلعين متقابلين حاملهما متوازيان

إذن حسب تعريف متوازي الاضلاع فإن AMBN متوازي الاضلاع

[AB] قطر و [MN] منتصفه . وحسب الخاصية " قطرا متوازي الاضلاع لهما نفس المنتصف " فإن : [MN] منتصف [AB]

التمرين 6 :

WWW.NACERMATHS.COM

طريقك نحو النجاح

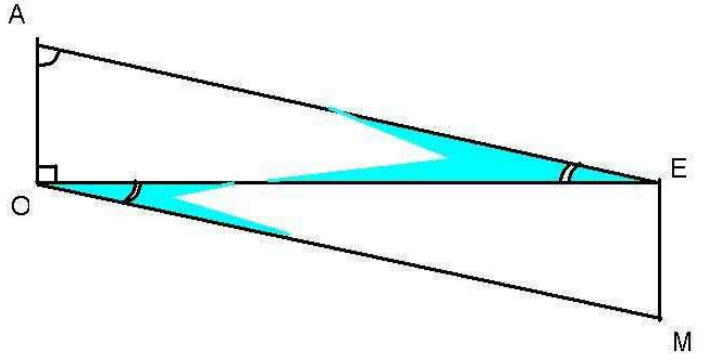
AOE مثلث قائم الزاوية في O حيث $\hat{O}AE = 73$

M نقطة من المستوى تحقق AOME متوازي الاضلاع

1. نجز شكلا مناسباً

2. أحسب قياس $\hat{E}OM$

حل التمرين



بما أن NEMO متوازي الاضلاع إذن $(AE) \parallel (OM)$

بما أن (OE) قاطع لهما فهو يحدد عليهما زاويتين متبادلتين داخليا متقايستان
إذن

$$\hat{AEO} = \hat{EOM}$$

WWW.NACERMATHS.COM
طريقك نحو النجاح

لدينا كذلك \hat{AOE} مثلث قائم الزاوية في O إذن :

$$\hat{AEO} = 90 - 73$$

$$= 17^\circ$$

$$\hat{EOM} = 17^\circ$$

وبالتالي

WWW.NACERMATHS.COM
طريقك نحو النجاح