متــوازي الأضـــــلاع

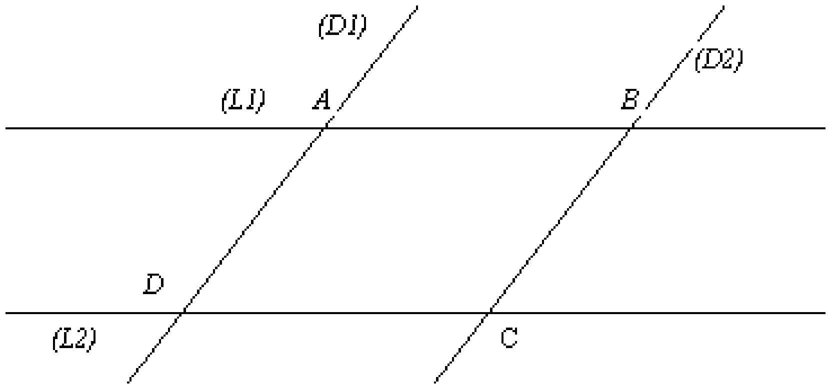
الأستاذ : ناصر ب.
www.nacermaths.com

I _ متوازي الأضلاع :

1) – مثال :

(D_1) و (D_2) مستقيمان متوازيان .

(L_1) و (L_2) مستقيمان متوازيان يقطعان (D_1) و (D_2) على التوالي في : A و B و C و D .



نسمي الرباعي ABCD متوازي الأضلاع

2) – تعريف :

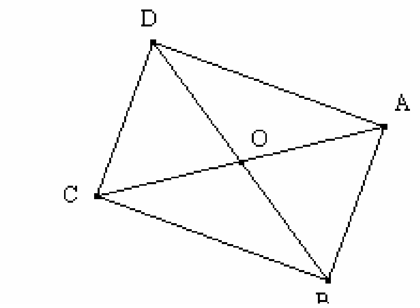
متوازي الأضلاع هو رباعي حاملا كل ضلعين متقابلين فيه متوازيين

II _ خصائــص :

1) – خاصية القطريين :

أ) - الخاصية المباشرة :

ABCD متوازي الأضلاع قطراه يتقاطعان في O .



نلاحظ أن O منتصف القطريين [AC] و [BD] .

نقــول إذن :

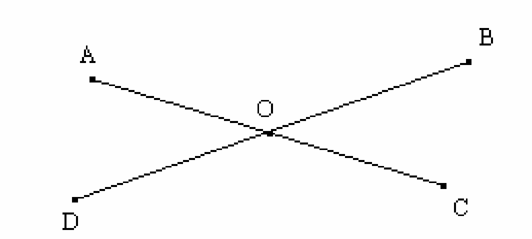
إذا كان رباعي متوازي الأضلاع فإن لقطريه نفس المنتصف

الأستاذ : ناصر ب.
www.nacermaths.com

*** ملاحظة هامة : نسمي نقطة تقاطع قطري متوازي الأضلاع مركزه .**

ب) ـ الخاصية العكسية :

A و B و C و D نقط بحيث [AC] و [BD] لهما نفس المنتصف O و حاملاهما غير متعامدين :



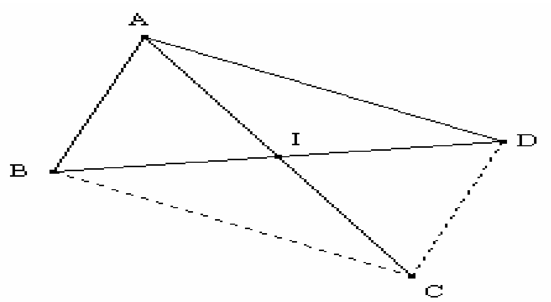
لنبرهن أن الرباعي ABCD متوازي الأضلاع .
من أجل هذا سنبرهن أن (AB) يوازي (CD) و أن (AD) يوازي (BC) :
نعلم أن O منتصف [AC] و [BD] إذن :
A و C متماثلتين بالنسبة للنقطة O .
B و D متماثلتين بالنسبة للنقطة O .
إذن : المستقيمين (AB) و (CD) متماثلين بالنسبة للنقطة O و كذلك المستقيمين (AD) و (BC) .
و منه فإن (AB) // (CD) و (AD) // (BC)
و بالتالي فإن ABCD متوازي الأضلاع (حسب التعريف) مركزه النقطة O .

نقــول إذن :

إذا كان رباعي قطراه لهما نفس المنتصف فإنه يكون متوازي الأضلاع

*** تمرين تطبيقي :**
ABC مثلث و I منتصف [AC] .
1) – أنشئ D مماثلة B بالنسبة للنقطة I .
2) – أثبت أن الرباعي ABCD متوازي الأضــلاع .

الحــل :
1) – الشكـــل :



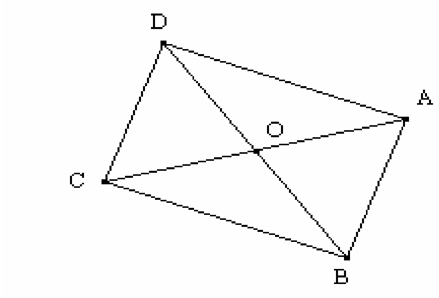
2) – لنثبت أن الرباعي ABCD متوازي الأضـــلاع :
نعلم أن :
I منتصف [AC] . (1)
و لدينا D مماثلة B بالنسبة للنقطة I .
إذن : I منتصف [BD] . (2)
من (1) و (2) نستنتج أن الرباعي ABCD متوازي الأضـــلاع .(حسب الخاصية العكسية للقطرين) .

2) – خاصية الأضلاع المتقابلة :

أ) ـ الخاصية المباشرة :

الأستاذ : ناصر ب.
www.nacermaths.com

ABCD متوازي الأضلاع مركزه O .
لنبين : AB = CD و AD = BC



نعلم أن O مركز متوازي الأضلاع ABCD .
إذن O منتصف القطرين [AC] و[BD] .
و منه نستنتج أن : A و C متماثلتين بالنسبة للنقطة O و كذلك B و D .
و بالتالي فإن : AB = CD و AD = BC (حسب خاصية الحفاظ على المسافة بين نقطتين) .

نقــول إذن :

إذا كان رباعي متوازي الأضلاع فإن كل ضلعين متقابلين فيه متقايسان

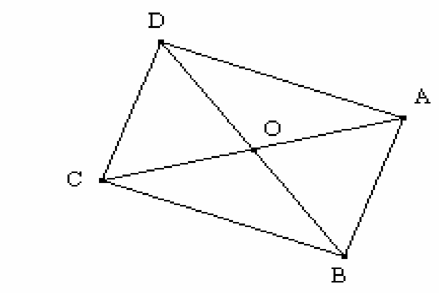
ب) ـ الخاصية العكسية :

إذا كان لرباعي كل ضلعين متقابلين فيه متقايسان فإنه يكون متوازي الأضلاع

3) – خاصية الزوايا المتقابلة :

أ) ـ الخاصية المباشرة :

ABCDمتوازي الأضلاع مركزه O .
لنبين أن $A\hat{B}C = A\hat{D}C$ و أن $B\hat{A}C = B\hat{C}D$.



نعلم أن ABCD متوازي الأضلاع مركزه O .
إذن : O منتصف القطرين [AC] و [BD] .
و منه فإن : A و C متماثلتين بالنسبة للنقطة O و كذلك B و D .
إذن الزاويتان $A\hat{B}C$ و $A\hat{D}C$ متماثلتان بالنسبة للنقطة O و كذلك الزاويتين $B\hat{A}D$ و $B\hat{C}D$
و بالتالي فإن : $A\hat{B}C = A\hat{D}C$ و $B\hat{C}D = B\hat{A}D$

نقــول إذن :

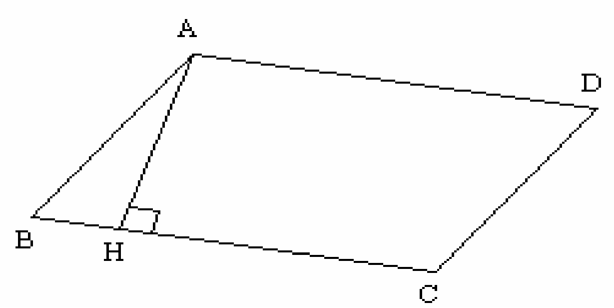
إذا كان رباعي متوازي الأضلاع فإن كل زاويتين متقابلتين فيه متقايستان

ب) ـ الخاصية العكسية :

إذا كان لرباعي كل زاويتين متقاباتين فيه متقايستان فإنه يكون متوازي الأضلاع

4) ــ ارتفاع متوازي الأضــلاع :

ABCD متوازي الأضلاع و H المسقط العمودي للنقطة A على المستقيم (CD) .



نسمي AH ارتتفاع متوازي الأضلاع ABCD .

5) ــ خاصية إضــافية :

إذا كان لرباعي ضلعان متقابلان و حاملاهما متوازيين فإنه يكون متوازي الأضــلاع